PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT
vereinigt mit dem
JAHRBUCH DER RADIOAKTIVITÄT UND ELEKTRONIK

Nr. 17 — 1. September 1942 — 43. Jahrgang
Redaktionsschluß für Nr. 18 am 15. September 1942

INHALT:

Abhandlungen:

G. Bauer, Zur Empfindlichkeit eines Hochohmbolometers. S. 301.

A. Scheibe und U. Adelsberger, Normalfrequenz-Aussendung der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt über den Deutschlandsender werktäglich $10^{h}\,45^{min}$ für Juli 1942. S. 312.

A. Kochendörfer, Über den Einfluß der im Film ausgelösten Photoelektronen und der Größe des Photometerspalts auf die Breite von Röntgenlinien. S. 313.

W. H. Westphal, Zur Definition des Molekulargewichtes, des Mol und der Loschmidtschen Zahl. S. 329.

Besprechungen. S. 331.

Nachrichten. S. 332.

ABHANDLUNGEN

Zur Empfindlichkeit eines Hochohmbolometers

Von Georg Bauer

Mitteilung aus der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt

I. Einleitung

Zu den als Strahlungsempfänger üblichen Bolometern wurden bisher Metallfolien verwendet. Es liegt nahe, sich nach der Verwendungsmöglichkeit von Stoffen geringerer elektrischer Leitfähigkeit für diese Zwecke umzusehen. Dabei sind vor allem die Halbleiter wegen ihres hohen Widerstands-Temperaturkoeffizienten von Interesse[1]).

Die Herstellung einer so dünnen Folie, wie sie bei Bolometern gebraucht wird, um kleine Wärmekapazität und geringe Wärmeleitungsverluste zu erreichen, wird schwieriger sein als bei den Metallen. Andererseits ist auch die Wärmeleitfähigkeit von Stoffen kleiner elektrischer Leitfähigkeit geringer als die der Metalle. Falls man also eine etwas größere Wärmekapazität und damit größere Einstellungsträgheit in Kauf nimmt, kann man bei hochohmigen Stoffen die Foliendicke etwas größer wählen, ohne die Empfindlichkeit zu verschlechtern. Natürlich ist auch noch die spezifische Wärme als maßgeblich für die Wärmekapazität zu berücksichtigen.

Immerhin wird die Foliendicke noch so gering sein, daß bei sehr kleinen elektrischen Leitfähigkeiten beträchtliche Widerstände zu erwarten sind. Daher wird die übliche Messung mit Galvanometer nicht mehr möglich sein. Man wird einen Röhrenverstärker, der eine Anpassung an den hohen Bolometerwiderstand gestattet, benutzen müssen.

Es ist nun die Frage, wie groß die Empfindlichkeit eines solchen Bolometers ist und insbesondere, ob eine größere nutzbare Empfindlichkeit als beim Metallbolometer erwartet werden darf.

Erfahrungsgemäß liegt die Meßgrenze für die verschiedenartigsten thermischen Strahlungsempfänger in der gleichen Größenordnung. W. Dahlke und G. Hettner[2]) haben dies jüngst auf die spontanen Temperaturschwankungen des Empfängers zurückgeführt, die unter der Annahme annähernd gleicher Wärmekapazität bei allen Strahlungsempfängern ungefähr gleich groß sind.

Da nun die Verhältnisse beim Hochohmbolometer doch etwas anders sind als beim niederohmigen Metallbolometer, scheint es nützlich, sie eigens zu betrachten. Vor allem muß geklärt werden, ob nicht wenigstens durch einen höheren Widerstands-Temperaturkoeffizienten, der zum Beispiel bei den Halbleitern im Durchschnitt eine Zehnerpotenz höher liegt als bei den Metallen, die Empfindlichkeitsgrenze erweitert werden kann. Nach einer Rechnung von C. H. Cartwright[3]) müßte dies beim niederohmigen Bolometer möglich sein, wobei das negative Vorzeichen des Widerstands-Temperaturkoeffizienten besonders vorteilhaft wäre. Nach dem Ansatz von Dahlke und Hettner dagegen würde ein höherer Widerstands-Temperaturkoeffizient (WTK.) lediglich die spontanen Temperaturschwankungen des Empfängers besser verstärken.

1) Für den Hinweis auf die Fragestellung danke ich Herrn Prof. Dr. B. Gudden.

2) W. Dahlke u. G. Hettner, Zeitschr. f. Phys. **117**, 74, 1941.

3) C. H. Cartwright, Zeitschr. f. Phys. **92**, 153, 1934.

Davon abgesehen ist für gewisse Meßzwecke der Gebrauch eines Verstärkers bequemer, so daß das Hochohmbolometer selbst bei gleicher Grenzempfindlichkeit von Interesse sein kann.

Über die Empfindlichkeit von Bolometern sind schon frühzeitig Arbeiten erschienen[4]). Eine vergleichende theoretische Untersuchung über die Empfindlichkeitsgrenze der Strahlungsempfänger stellt C. H. Cartwright[5]) an, während H. Theissing[6]) Erfahrungen über die praktische Grenze der Empfindlichkeit zusammengestellt hat.

Dabei ist zunächst die Empfindlichkeit im Strahlungsfeld, ohne Rücksicht auf die Form des Empfängers und mögliche Strahlungskonzentration durch Vorsatzoptik von Belang. Für die kleinste mit einem Fehler von 1 Proz. meßbare Strahlungsdichte werden folgende Werte angegeben:

Theoretisch (nach C. H. Cartwright)
$3 \cdot 10^{-7}$ Watt/cm² [7])
Praktisch (nach H. Theissing)
10^{-5} bis 10^{-6} Watt/cm².

Es wird nun versucht, die Empfindlichkeit eines Hochohmbolometers unter folgenden Annahmen zu berechnen:

1. Der Widerstand des Empfängers sei groß, etwa 10^6 bis $10^8\,\Omega$.
2. Der Widerstand der Meßschaltung sei groß gegen den des Empfängers, etwa zwei Zehnerpotenzen größer.
3. Die Form des Empfängers, der sich im Hochvakuum befinden soll, sei derart, daß die Wärmeableitung gegenüber der Wärmeabstrahlung vernachlässigt werden kann.

II. Grundlagen der Berechnung

Auch beim Hochohmbolometer kommt man zwangsläufig zu der üblichen Wheatstoneschen Brückenschaltung, wobei ein Brückenwiderstand durch den Empfänger gebildet wird.

Sei R der Widerstand des Empfängers, W der in Reihe mit R liegende Widerstand, P und Q die beiden übrigen Brückenwiderstände und U die an der Brücke liegende konstante (Gleich- oder Wechsel-) Spannung (Abb. 1). Bei Bestrahlung des Empfängers R ändert sich dessen Widerstand und somit tritt zwischen den Punkten A und B eine Spannung[8]) auf, die mittels Röhrenverstärker gemessen wird.

Bezieht man auf die Gesamtspannung, so ist die symmetrische Brücke (alle 4 Widerstände gleich) am günstigsten.

Bezieht man auf die Spannung am Empfänger, so ist R sehr viel kleiner, W günstiger, und zwar steigt dann die Empfindlichkeit etwa um

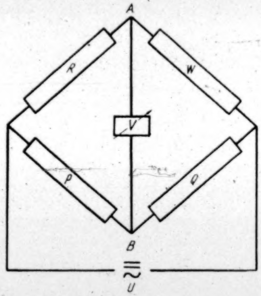


Abb. 1. Schema der Brückenschaltung. R Empfänger, W, P und Q Vergleichswiderstände, U Brückenspannung, V Verstärker.

den Faktor 2. Diese Betrachtungsweise ist sinnvoll, wenn die Spannung am Empfänger aus irgendwelchen Gründen begrenzt ist. Die notwendige Gesamtspannung beträgt dann mindestens das 10fache der Empfängerspannung ($W = 9\,R$). Da man aber aus praktischen Gründen die Gesamtspannung nicht beliebig hoch wählen kann, ist es, solange die Belastbarkeit des Empfängers nicht in Frage gestellt ist, zweckmäßiger, sich auf die Gesamtspannung zu beziehen. Dann ist aber die symmetrische Brücke wesentlich günstiger (für $W = 9\,R$ um den Faktor 2,8).

Beweis:

$$U_R = \frac{U R}{R + W}; \quad \frac{\Delta U_R}{\Delta R} = \frac{U W}{(R + W)^2} = \frac{U_R W}{(R + W) R},$$

wobei U_R die Spannung am Empfänger R ist.

a) Wenn $R = W$, wird $U_R = \frac{U}{2}$ und $\frac{\Delta U_R}{\Delta R} = \frac{1}{4}\frac{U}{R} = \frac{1}{2}\frac{U}{R}$.

b) Wenn $9R = W$, wird $U_R = \frac{U}{10}$ und $\frac{\Delta U_R}{\Delta R} = \frac{9}{100}\frac{U}{R} = \frac{9}{10}\frac{U_R}{R}$.

4) O. Lummer u. F. Kurlbaum, Wiedem. Ann. **46**, 205, 1892. E. Warburg, G. Leithäuser u. Ed. Johansen, Ann. d. Phys. (4) **24**, 25, 1907.

5) C. H. Cartwright, l. c.

6) H. Theissing, Physik. Zeitschr. **38**, 557, 1937.

7) Der Wert ist unter Vernachlässigung der zu 80 Proz. angegebenen Absorption umgerechnet. Er gilt für eine Schwingungsdauer des Meßinstruments von 1 s und eine Empfängertemperatur von ungefähr 360° K.

8) Da der Widerstand der Meßschaltung als groß gegen den Empfängerwiderstand vorausgesetzt ist, kommt es nur auf die Spannung in der Brückendiagonale an.

Für gleiche Gesamtspannung U ist im Fall a die Spannungsänderung $\frac{\Delta U_R}{\Delta R}$ um den Faktor $\frac{1 \cdot 100}{4 \cdot 9} = 2{,}8$ größer als im Fall b. Für gleiche Empfängerspannung U_R ist im Fall b die Spannungsänderung $\frac{\Delta U_R}{\Delta R}$ um den Faktor $\frac{9 \cdot 2}{10} = 1{,}8$ größer als im Fall a.

Völlige Symmetrie ist nicht unbedingt nötig, es genügt, wenn $R = W$ und $P = Q$ ist. Aus Gründen der Nullpunktskonstanz wird man zweckmäßigerweise entweder P oder W hinsichtlich Material und Form gleich dem Empfänger R machen; ebenso sollen die beiden verbleibenden Widerstände, also W und Q oder P und Q möglichst gleichartig sein. Sie werden als temperaturunabhängig angenommen.

Alle Widerstände müssen jedenfalls der Bedingung I, 2 (S. 302) genügen. Da P und Q nur zur Herstellung des spannungsgleichen Bezugspunktes dienen, scheiden sie aus den weiteren Betrachtungen aus.

Es sind also zwei Fälle zu unterscheiden:

a) R und P form- und materialgleich, stark temperaturabhängig.
  Q und W form- und materialgleich, temperaturunabhängig.

b) R und W form- und materialgleich, stark temperaturabhängig.
  P und Q form- und materialgleich, temperaturunabhängig.

Im Falle a wird trotz der Änderung von R der Widerstand W konstant bleiben.

Im Falle b wird die durch Änderung von R eintretende Änderung der Stromheizung auch die Größe von W beeinflussen.

In früheren Arbeiten ist nun gewöhnlich bei Berechnung des Stromes in der Brückendiagonalen lediglich die Änderung des Empfängers R berücksichtigt worden; bei Berechnung der Stromwärme dagegen wurde die Änderung des Vergleichswiderstandes W gleich der des Empfängers R gesetzt. Man sieht leicht ein, daß hierdurch das Ergebnis verfälscht wird. Falls man überhaupt den Einfluß der Stromwärme in Rechnung setzt, muß dies sinngemäß auch bei den anderen Widerständen geschehen.

Deshalb soll hier bei Fall b die Änderung von W eigens berücksichtigt werden.

Als Folge einer Änderung der Strahlungsdichte ΔE (Watt/cm²) am Empfänger R trete zwischen A und B die Spannung ΔU (Volt) auf. Dann heiße **Strahlungsempfindlichkeit** S der Quotient:

$$S = \frac{\Delta U}{\Delta E} \left(\frac{\text{Volt cm}^2}{\text{Watt}}\right). \qquad \text{(I)}$$

Da die Spannung ΔU eine Folge der Temperaturänderung ΔT des Empfängers R ist, kann man auch schreiben:

$$S = \frac{(\Delta U)}{(\Delta T)} \cdot \frac{(\Delta T)}{(\Delta E)}\Bigg), \qquad \text{(Ia)}$$

wobei $\Delta U/\Delta T$ als **Temperaturempfindlichkeit** bezeichnet werde.

III. Berechnung von Fall a

Der mit dem Empfänger R in Reihe liegende Widerstand W ist **temperaturunabhängig**; $R = W$.

Ändert sich die Temperatur T von R unter dem Einfluß der Bestrahlung ΔE um den Betrag ΔT, so ist bei in erster Näherung linearem Widerstandstemperaturgesetz die Widerstandsänderung ΔR:

$$\Delta R = \alpha R \Delta T, \qquad \text{(II)}$$

α ist der Widerstands-Temperaturkoeffizient (WTK.).

Die Folge ist eine Spannung zwischen A und B:

$$\Delta U = \frac{UW}{(R+W)^2} \cdot \Delta R. \qquad \text{(III)}$$

Da $R = W$ ist, wird:

$$\Delta U = \frac{U}{4R} \Delta R \qquad \text{(IIIa)}$$

und unter Benutzung von Gleichung (II):

$$\Delta U = \frac{U\alpha}{4} \Delta T \qquad \text{(IIIb)}$$

bzw.

$$\frac{\Delta U}{\Delta T} = \frac{U\alpha}{4}. \qquad \text{(IIIc)}$$

Dies ist die Temperaturempfindlichkeit; der Quotient $\Delta T/\Delta E$ dagegen kann aus der Betrachtung des Strahlungsgleichgewichtes von R berechnet werden.

Empfänger, unbestrahlt:
$$\frac{U^2}{4R} = \sigma F (e_1 + e_2)(T^4 - T_0^4) = A(T^4 - T_0^4), \qquad \text{(IV)}$$

Empfänger bestrahlt:
$$\Delta E \cdot F + \frac{U^2(R+\Delta R)}{(2R+\Delta R)^2} = \sigma F (e_1 + e_2)[(T+\Delta T)^4 - T_0^4] = A[(T+\Delta T)^4 - T_0^4], \qquad \text{(V)}$$

dabei ist $A = \sigma F (e_1 + e_2)$ gesetzt worden.

Es bedeuten $\sigma = 5{,}73 \cdot 10^{-12}$ Watt·cm^{-2}·Grad^{-4} die Stefansche Konstante, F die Fläche des Empfängers vom Widerstande R, e_1, e_2 das Emissionsvermögen von Vorder- und Rückseite des Empfängers, T die durch Stromheizung sich ergebende absolute Temperatur des unbestrahlten Empfängers (R ist der Widerstand bei dieser Temperatur), T_0 die absolute Temperatur der Umgebung.

Die beiden Gleichungen IV und V gelten, falls Wärmeableitung nicht berücksichtigt zu werden braucht und alle Strahlungsenergie auch absorbiert wird, streng. Multipliziert man in Gleichung (V) den Nenner $(2\,R + \Delta\,R)^2$ aus und vernachlässigt das Glied $\Delta\,R^2$ (für kleines $\Delta\,R$ ist das zulässig), so erhält man für die Stromwärme im bestrahlten und unbestrahlten Zustand in erster Näherung den gleichen Ausdruck $U^2/4\,R$.

Also: Gleichung (IV)

$$\frac{U^2}{4R} = A\,(T^4 - T_0^4)\,,$$

Gleichung (Va)

$$\Delta E \cdot F + \frac{U^2}{4R} = A\left[(T + \Delta T)^4 - T_0^4\right].$$

Bei kleiner Bestrahlung ist nun $\Delta\,T$ (und damit auch $\Delta\,R$) so klein, daß obige Vereinfachung gemacht werden darf und außerdem alle Glieder höherer Ordnung in $\Delta\,T$ weggelassen werden können; also $(T + \Delta\,T)^4 = T^4 + 4\,T^3 \cdot \Delta\,T$. Aus Gleichung (IV) und (Va) ergibt sich dann einfach:

$$\frac{\Delta T}{\Delta E} = \frac{F}{4\,A\,T^3} = \frac{1}{4\sigma(e_1 + e_2)\,T^3}\,. \qquad \text{(VI)}$$

Zusammen mit Gleichung (IIIc) erhält man für die Strahlungsempfindlichkeit:

$$S = \left(\frac{\Delta U}{\Delta T}\right)\left(\frac{\Delta T}{\Delta E}\right) = \frac{U\alpha}{16\,\sigma(e_1 + e_2)\,T^3}\,. \qquad \text{(VII)}$$

Aus Gleichung (IV) kann noch T ersetzt werden durch:

$$T = \left(\frac{U^2}{4\,R\,A} + T_0^4\right)^{\frac{1}{4}}, \qquad \text{(IVa)}$$

somit

$$S = \frac{U\alpha}{16\sigma(e_1 + e_2)\left(\frac{U^2}{4R\sigma F\,(e_1 + e_2)} + T_0^4\right)^{\frac{3}{4}}}\,. \qquad \text{(VIIa)}$$

IV. Berechnung von Fall b

Der mit R in Reihe liegende Widerstand W ist ebenso temperaturabhängig wie R; $R = W$.

Ändert sich die Temperatur T von R unter dem Einfluß der Bestrahlung ΔE um den Betrag $\Delta\,T_1$, so ändert sich infolge der Änderung der Stromheizung auch die Temperatur von W um den Betrag $\Delta\,T_2$.

Für R gilt wieder Gleichung (II):

$$\Delta R = R\alpha \cdot \Delta\,T_1\,, \qquad \text{(IIa)}$$

ebenso für W:

$$\Delta W = W\alpha \cdot \Delta\,T_2\,. \qquad \text{(IIb)}$$

Die Spannung zwischen A und B wird nun:

$$\Delta U = \frac{U\,(W\Delta R - R\Delta W)}{(R + W)^2}\,, \qquad \text{(VIII)}$$

da $R = W$, wird

$$\Delta U = \frac{U}{4R}\,(\Delta R - \Delta W)\,, \qquad \text{(VIIIa)}$$

unter Benutzung von Gleichung (IIa) und (IIb)

$$\Delta U = \frac{U\alpha}{4}\,(\Delta T_1 - \Delta T_2) \qquad \text{(VIIIb)}$$

bzw.

$$\frac{\Delta U}{(\Delta T_1 - \Delta T_2)} = \frac{U\alpha}{4}\,. \qquad \text{(VIIIc)}$$

Als Temperaturempfindlichkeit erscheint hier sinngemäß der Quotient $\Delta\,U/(\Delta\,T_1 - \Delta\,T_2)$; somit muß die Größe $(\Delta\,T_1 - \Delta\,T_2)/\Delta\,E$ aus dem Strahlungsgleichgewicht von R und W berechnet werden.

Empfänger, unbestrahlt:

$$\frac{U^2}{4R} = A\,(T^4 - T_0^4) \quad \text{(identisch mit IV)}. \qquad \text{(IX)}$$

Empfänger, bestrahlt:

$$\Delta E \cdot F + \frac{U^2(R + \Delta R)}{(2R + \Delta R + \Delta W)^2} = A\left[(T + \Delta T_1)^4 - T_0^4\right]. \qquad \text{(X)}$$

Vergleichswiderstand:

$$\frac{U^2(W + \Delta W)}{(2R + \Delta R + \Delta W)^2} = A\left[(T + \Delta T_2)^4 - T_0^4\right]. \qquad \text{(XI)}$$

Vernachlässigt man höhere Glieder von ΔT, ΔW und ΔR, so erhält man durch Einsetzen von Gleichung (IX) in Gleichung (X) und (XI) unter Berücksichtigung von Gleichung (IIa) und (IIb):

$$\Delta E 4RF + \Delta E 4RF \cdot \alpha \Delta T_1 + \Delta E 4RF \cdot \alpha \Delta T_2 = U^2 \alpha \Delta T_2 + 16 A R T^3 \Delta T_1. \quad \text{(XII)}$$

$$0 = U^2 \alpha \Delta T_1 + 16 A R T^3 \Delta T_2. \quad \text{(XIII)}$$

Die mit $\alpha \Delta T_1$ bzw. $\alpha \Delta T_2$ multiplizierten Glieder der linken Seite von Gleichung (XII) sind für genügend kleine ΔT neben $\Delta E 4RF$ zu vernachlässigen. Nach ΔT_1 und ΔT_2 aufgelöst erhält man

$$\Delta T_1 = \frac{16 A R T^3}{(16 A R T^3)^2 - (U^2 \alpha)^2} \cdot 4 RF \cdot \Delta E, \quad \text{(XIIa)}$$

$$\Delta T_2 = \frac{-U^2 \alpha}{(16 A R T^3)^2 - (U^2 \alpha)^2} \cdot 4 RF \cdot \Delta E, \quad \text{(XIIIa)}$$

$$\Delta T_1 - \Delta T_2 = \frac{4 RF}{16 A R T^3 - U^2 \alpha} \cdot \Delta E, \quad \text{(XIV)}$$

$$\frac{\Delta T_1 - \Delta T_2}{\Delta E} = \frac{4 RF}{16 A R T^3 - U^2 \alpha}. \quad \text{(XIVa)}$$

Folglich erhält man für die Strahlungsempfindlichkeit:

$$S = \left(\frac{\Delta U}{\Delta T_1 - \Delta T_2}\right)\left(\frac{\Delta T_1 - \Delta T_2}{\Delta E}\right) = \frac{U \alpha}{16 \sigma (e_1 + e_2) T^3 - \dfrac{U^2 \alpha}{RF}}. \quad \text{(XV)}$$

Unter Benutzung von Gleichung (IVa) wird das Ergebnis:

$$S = \frac{U \alpha}{16 \sigma (e_1 + e_2)\left(\dfrac{U^2}{4 R \sigma F (e_1 + e_2)} + T_0^4\right)^{\frac{3}{4}} - \dfrac{U^2 \alpha}{RF}}. \quad \text{(XVa)}$$

V. Besprechung des Ergebnisses

Für den Fall a [Gleichung (VII)] bekommt man also für die Strahlungsempfindlichkeit S einen verhältnismäßig einfachen Ausdruck. S ist proportional α und in erster Näherung auch proportional zur Spannung U. Mit steigender Spannung dagegen wird die Empfängertemperatur T größer und die Empfindlichkeit sinkt schließlich wieder mit etwa $1/\sqrt{U}$ ab.

Für den Fall b [Gleichung (XV)] kommt zu der für a errechneten Empfindlichkeit noch ein negatives Korrektionsglied im Nenner hinzu, das der Wechselwirkung mit der Stromwärme Rechnung trägt. Bei kleinen Spannungen U ist dieses Korrektionsglied klein und kann vernachlässigt werden; man hat dann praktisch Fall a. Ist die Spannung am Bolometer jedoch größer, so ist zu unterscheiden:

1. WTK. α positiv (wie ein Metall); der Nenner wird kleiner, die Empfindlichkeit also größer.
2. WTK. α negativ (wie ein Halbleiter); der Nenner wird größer, die Empfindlichkeit also kleiner.

Für einen negativen WTK. ist die Schaltung b also ungünstiger, für positiven WTK. jedoch besser als Schaltung a[9]). Die Empfindlichkeit steigt dann bei positivem WTK. stärker als proportional mit U und auch mit α an. Das formal mögliche Nullwerden des Nenners ist physikalisch sinnlos, da dann auch die als klein vorausgesetzten Temperaturänderungen ΔT_1 und ΔT_2 über alle Grenzen wachsen [Gleichung (XIIa) und (XIIIa)].

Die Gleichung (XV) gilt also bei positivem WTK. nur für nicht allzu hohe Spannungen; im Einzelfall muß man abschätzen, ob die Temperaturänderungen noch klein genug sind.

Die Abhängigkeit der Empfindlichkeit von der Empfängerfläche F und dem Empfänger widerstand R hat, wenn man T_0 neben T ver

9) C. H. Cartwright, l. c. setzt den Widerstand W aus dem gleichen Material wie den Empfänger R voraus (Fall b), rechnet aber in der auf Seite 303 angegebenen Weise. Dadurch kommt er zu dem umgekehrten Vorzeichen für ein ähnlich gebautes Korrektionsglied und fälschlicherweise zu dem Schluß, daß negativer WTK. günstiger sei.

nachlässigt, etwa die Form $(FR)^{\frac{3}{4}}$; die Empfindlichkeit nimmt also mit zunehmendem Widerstand und zunehmender Fläche zu[10]).

Bei negativem WTK. wird das Vorzeichen der Strahlungsempfindlichkeit gleichfalls negativ; dies zeigt nur an, daß die Spannung an R bei Belichtung kleiner wird und ist praktisch bedeutungslos.

Zusammenfassend kann man sagen, daß es stets günstig ist, große Spannungen U und große WTK. α zu haben. Für einen positiven (metallischen) WTK. ist dabei Schaltung b, für einen

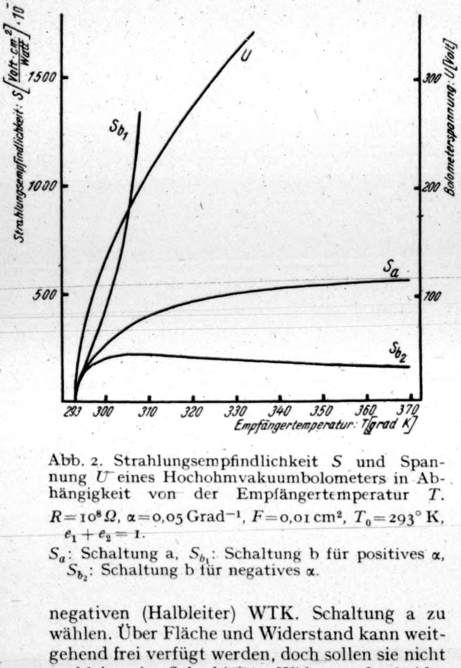


Abb. 2. Strahlungsempfindlichkeit S und Spannung U eines Hochohmvakuumbolometers in Abhängigkeit von der Empfängertemperatur T. $R = 10^8\,\Omega$, $\alpha = 0{,}05$ Grad^{-1}, $F = 0{,}01$ cm^2, $T_0 = 293°$ K, $e_1 + e_2 = 1$.
S_a: Schaltung a, S_{b_1}: Schaltung b für positives α, S_{b_2}: Schaltung b für negatives α.

negativen (Halbleiter) WTK. Schaltung a zu wählen. Über Fläche und Widerstand kann weitgehend frei verfügt werden, doch sollen sie nicht zu klein sein. Sehr kleiner Widerstand scheidet nach unseren Voraussetzungen an sich aus und die Größe der Fläche wird aus praktischen Gründen eine bestimmte Grenze nicht unterschreiten.

Für manche Zwecke ist es günstiger, die Empfängertemperatur T als unabhängige Veränderliche zu wählen. Indem man U unter Verwendung von Gleichung (IV) bzw. (IX) ersetzt, erhält man:

$$\text{Fall a)} \quad S = \frac{\alpha}{8}\left(\frac{RF}{\sigma\,(e_1 + e_2)} \cdot \frac{T^4 - T_0^4}{T^6}\right)^{\frac{1}{2}}, \quad \text{(VII b)}$$

$$\text{Fall b)} \quad S = \frac{\alpha\left(\frac{RF}{\sigma\,(e_1 + e_2)}\,(T^4 - T_0^4)\right)^{\frac{1}{2}}}{2\,(4\,T^3 - \alpha T^4 + \alpha T_0^4)}. \quad \text{(XV b)}$$

Wir betrachten nun ein Bolometer mit folgenden Daten: $R = 10^8\,\Omega$, $\alpha = 0{,}05$ Grad^{-1}, $F = 0{,}01$ cm^2, $T_0 = 293°$ K, $e_1 + e_2 = 1$ (Vorderseite des Empfängers „schwarz", Rückseite „weiß"). Der Widerstand R sowie der WTK. α werden für alle Temperaturen gleich groß angenommen. Wenn das Widerstands-Temperaturgesetz über den in Frage kommenden Bereich bekannt ist, kann R und α jeweils aus den Ausgangswerten berechnet werden.

Abbildung 2 zeigt die Abhängigkeit der Empfindlichkeit von der Empfängertemperatur für gleichen Empfängerwiderstand R und gleichen WTK. α. Kurve a entspricht Fall a, Kurve b_1 Fall b mit positivem α, Kurve b_2 Fall b mit negativem α; außerdem ist die zugehörige Spannung U angegeben.

Für Fall a wird der anfänglich steile Empfindlichkeitsanstieg mit zunehmender Temperatur verlangsamt. Es wird ein flaches Maximum erreicht, an das sich ein allmählicher Empfindlichkeitsabfall anschließt (Kurve a).

Für Fall b sind die Verhältnisse bei negativem α (Kurve b_2) ähnlich Fall a. Doch erreicht die Empfindlichkeit keine so hohen Werte und fällt noch rascher ab, nachdem bereits bei einer kleineren Temperatur ein Maximum erreicht wurde. Bei positivem α (Kurve b_1) steigt die Empfindlichkeit nach steilem Anstieg bei sehr kleinen Temperaturen zunächst etwas weniger als proportional zur Temperatur an, wird dann in einem gewissen Bereich proportional zur Temperatur und erreicht schließlich sehr rasch äußerst hohe Werte. Oberhalb einer gewissen Temperatur kann kein Wert mehr für die Empfindlichkeit angegeben werden.

Das Maximum der Empfindlichkeit bei negativem WTK. liegt etwa bei der Temperatur, für die bei positivem WTK. keine Empfindlichkeit mehr angegeben werden kann; es hat also keinen Zweck, mit der Temperatur höher als bis zu diesem Wert (hier etwa 308° K) zu gehen[11]).

10) Bezieht man auf die Strahlungsenergie, so muß noch mit F dividiert werden. Die Empfindlichkeit hängt dann von $F^{\frac{1}{4}}$ ab, nimmt also mit abnehmender Fläche zu.

11) Es ist anzunehmen, daß bei höheren Temperaturen ähnlich wie bei negativem WTK. ein Maximum der Empfindlichkeit mit anschließendem Empfindlichkeitsabfall erreicht wird.

Vergrößerung von Empfängerwiderstand R und Fläche F würde in dieser Darstellung die Empfindlichkeit mit $\sqrt{RF}$ erhöhen[12]).

VI. Grenzempfindlichkeit

Bisher war die Größe der Empfindlichkeit ganz unabhängig davon besprochen worden, ob durch deren Erhöhung der Meßbereich noch erweitert wird oder nur mehr irgendwelche unvermeidbare Störungen vergrößert werden. Wir fragen jetzt nach der kleinsten mit einem gewissen relativen Fehler g meßbaren Strahlungsdichte bzw. nach der größten noch nutzbaren Empfindlichkeit. Dabei wird die Rechnung bei sehr kleinen Strahlungsdichten den wirklichen Verhältnissen am nächsten kommen, da die als klein vorausgesetzten Temperaturänderungen gerade bei sehr kleiner Bestrahlung gleichfalls klein bleiben.

Bestimmend für die Meßgrenze[13]) ist die unvermeidliche mittlere Schwankung der Wärmeenergie, die nach dem Gleichverteilungssatz den Betrag $kT/2$ (k Boltzmannsche Konstante) je Freiheitsgrad hat. Diese Energieschwankung kann sich hier äußern:

a) Als Temperaturschwankung des Empfängers.
b) Als Strom- (und damit Spannungs-) schwankung im Kreis Verstärkereingang—Bolometer.
c) Als Störung in der Verstärkereingangsröhre (verursacht durch Schroteffekt oder auch Heizspannungsschwankungen).

Alle unvermeidbaren Schwankungen in den folgenden Stufen des Verstärkers und im Ausgangsinstrument sind klein gegenüber den verstärkt durchgegebenen Schwankungen am Verstärkereingang.

Wie groß sind nun diese nicht zu umgehenden Schwankungen?

a) Nach W. Dahlke und G. Hettner[14]) ist die mittlere Temperaturschwankung ΔT eines Körpers der Temperatur T und der Wärmekapazität C, der im Wärmeaustausch mit der Umgebung steht[15]):

$$\Delta T = T\sqrt{\frac{k}{C}}, \qquad \text{(XVI)}$$

wobei die Wärmekapazität C für ein Bolometer (und ebenso größenordnungsmäßig für andere Strahlungsempfänger) zu 10^{-5} cal/Grad angenommen werden kann. Bei größerer Wärmekapazität ist diese Temperaturschwankung also kleiner.

Gemäß Gleichung (IIIc) ist die Folge dieser Temperaturschwankung eine Spannungsschwankung ΔU am Verstärkereingang von der Größe:

$$\Delta U = \frac{U\alpha}{4}\cdot\Delta T = \frac{UT\alpha}{4}\cdot\sqrt{\frac{k}{C}}\cdot \qquad \text{(XVI a)}$$

Bei konstanter Foliendicke ist die Wärmekapazität proportional der Fläche F, also $C = C_1 \cdot F$. Ersetzt man U nach Gleichung (IV) bzw. (IX) durch T, so wird:

$$\Delta U = \frac{\alpha T}{4}\cdot\left(\frac{4R\sigma(e_1+e_2)k}{C_1}(T^4 - T_0^4)\right)^{\frac{1}{2}}$$
$$= f_1(T)\cdot\alpha\cdot\sqrt{R}, \qquad \text{(XVI b)}$$

dabei ist $f_1(T) = T\cdot\left(\frac{\sigma(e_1+e_2)k}{4C_1}(T^4 - T_0^4)\right)^{\frac{1}{2}}$.

b) F. Zernike[16]) gibt die mittlere spontane Stromschwankung Δi in einem geschlossenen Kreis vom Widerstand r und der Temperatur T an:

$$\sqrt{\overline{i^2}} = \Delta i = \sqrt{\frac{2kT}{r\tau}}. \qquad \text{(XVII)}$$

τ ist die für die Messung benötigte Zeit.

(Die Berechnung geht von einem induktiven Kreis aus, doch erscheint die Selbstinduktion im Ergebnis nicht mehr.)

Danach ist die Spannungsschwankung am Widerstand r von der Größenordnung:

$$\Delta U = r\cdot\Delta i = \sqrt{\frac{2kTr}{\tau}}. \qquad \text{(XVII a)}$$

Da nach Abschnitt I, Bedingung 2, $r = 100\,R$ sein soll, wobei r hier dem Widerstand im Verstärkereingang entspricht, wird, da $R \ll r$

$$\left.\begin{aligned} \Delta U &= \sqrt{\frac{200\,kTR}{\tau}} = f_2(T,\tau)\sqrt{R}, \\ f_2(T,\tau) &= \sqrt{\frac{200\,kT}{\tau}}. \end{aligned}\right\} \qquad \text{(XVII b)}$$

Obwohl im Kreis Verstärkereingang—Bolometer nur der Empfänger die Temperatur T hat, wird die Störung für diesen Wert berechnet; in Wirklichkeit kann die Störung also höchstens kleiner sein.

---

12) Bezieht man auf die Strahlungsenergie, so muß noch mit F dividiert werden. Die Empfindlichkeit hängt dann von $F^{-\frac{1}{2}}$ ab, nimmt also mit abnehmender Fläche zu.

13) Genügende Konstanz der Spannung U ist vorausgesetzt.

14) W. Dahlke u. G. Hettner, l. c.

15) Beim Vakuumbolometer überwiegend durch Wärmestrahlung.

16) F. Zernike, Zeitschr. f. Phys. **40**, 628, 1927.

c) Für die Meßgrenze infolge Störungen in der Verstärkereingangsröhre (Schroteffekt, Heizspannungsschwankungen) wird ein Wert von etwa 10^{-6} Volt angegeben[17]).

Fassen wir das als den mit 1 Proz. Genauigkeit noch meßbaren Betrag auf (eine äußerst günstige Annahme), so wäre folglich die Spannungsschwankung von der Größenordnung 10^{-8} Volt[18]).

Um den Einfluß dieser drei Störquellen auf die Empfindlichkeit des Bolometers abschätzen zu können, muß zunächst noch die Meßzeit willkürlich festgesetzt werden; sie betrage 1 s. Nach Gleichung (XVII) wird bei größerer Meßzeit die Stromschwankung verringert; ist die Meßgrenze hierdurch gegeben, so ist ein langsam schwingendes Verstärkerausgangsinstrument günstiger. Andererseits kann man in einer größeren Zeit auch mehr Messungen machen, wodurch der mittlere Fehler ebenfalls verringert wird[19]).

Die kleinste mit dem mittleren relativen Fehler g meßbare Strahlungsdichte wird nun

$$E_{\min} = \frac{\Delta U}{S \cdot g} \cdot \left(\frac{\text{Watt}}{\text{cm}^2}\right). \qquad \text{(XVIII)}$$

(Der Betrag der Spannung ΔU hat in diesem Fall den $1/g$fachen Wert der Schwankung; für $g = 1$ Proz. also den hundertfachen Wert.)

Um nun für die je nach Schaltung etwas abweichende Empfindlichkeit einen mittleren Wert zu haben, wird gemäß Fall a gerechnet bzw. das Korrektionsglied $^2\alpha/RF$ im Nenner von Gleichung (XV) vernachlässigt. Entsprechend Gleichung (VIIb) wird dann:

$$S = \frac{\alpha}{8}\sqrt{RF} \cdot \left(\frac{T^4 - T_0^4}{T^6 (e_1 + e_2)\sigma}\right)^{\frac{1}{2}} = f_3(T) \cdot \alpha \sqrt{RF}, \qquad \text{(XIX)}$$

dabei ist

$$f_3(T) = \frac{1}{8}\left(\frac{T^4 - T_0^4}{T^6 (e_1 + e_2)\sigma}\right)^{\frac{1}{2}}.$$

Für die verschiedenen Fälle ergibt sich nun:

a) Empfindlichkeitsbegrenzung durch Temperaturschwankung des Empfängers.

$$E_{\min} = \frac{f_1(T)}{f_3(T)\sqrt{F}} \frac{1}{g} = F_1(T) \frac{1}{g\sqrt{F}}, \qquad \text{(XVIII a)}$$

dabei ist

$$F_1(T) = \frac{f_1(T)}{f_3(T)} = 4\, T^4 \cdot (e_1 + e_2) \cdot \sigma \sqrt{\frac{k}{C_1}}.$$

Die Empfindlichkeitsgrenze durch Temperaturschwankung hängt also lediglich von T und F ab; sie ist insbesondere unabhängig von α.

17) C. H. Cartwright, l. c.

18) P. Moon, Journ. Frankl. Inst. **219**, 17, 1935.

19) Vgl. W. Dahlke u. G. Hettner, l. c.

b) Empfindlichkeitsbegrenzung durch Stromschwankungen im Kreis Verstärkereingang–Bolometer.

$$E_{\min} = \frac{f_2(T)}{f_3(T)\,\alpha\sqrt{F}} \frac{1}{g} = F_2(T) \cdot \frac{1}{\alpha g \sqrt{F}}, \qquad \text{(XVIII b)}$$

dabei ist

$$F_2(T) = 8\left(200\, k\, (e_1 + e_2)\, \sigma \cdot \frac{T^7}{T^4 - T_0^4}\right)^{\frac{1}{2}}.$$

Die Empfindlichkeitsgrenze durch diese Stromschwankung hängt also außer von T und F auch von α ab.

c) Empfindlichkeitsbegrenzung durch Störungen in der Verstärkereingangsröhre.

$$E_{\min} = \frac{10^{-8}}{f_3(T)\,\alpha\sqrt{RF}} \frac{1}{g} = F_3(T) \cdot \frac{1}{g\,\alpha\sqrt{RF}}, \qquad \text{(XVIII c)}$$

dabei ist

$$F_3(T) = \frac{10^{-8}}{f_3(T)}.$$

Die Empfindlichkeitsgrenze durch Störungen in der Verstärkereingangsröhre hängt also außer von T und F auch von α und R ab.

In Abbildung 3 ist die kleinste meßbare Strahlungsdichte in Abhängigkeit von der absoluten

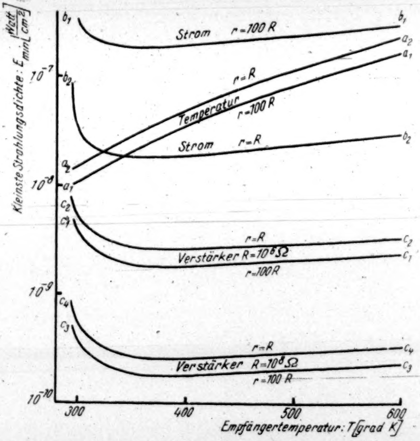


Abb. 3. Kleinste mit 1 Proz. Fehler meßbare Strahlungsdichte $E_{\min}$ für die verschiedenen Störungen in Abhängigkeit von der Empfängertemperatur T bei $\alpha = 0{,}05$ Grad^{-1}.

$F = 0{,}01$ cm², $T_0 = 293°$ K, $e_1 + e_2 = 1$.

Kurven a entsprechen Temperaturschwankungen des Empfängers.

Kurven b entsprechen Stromschwankungen im Kreis Verstärkereingang–Bolometer.

Kurven c entsprechen Störungen im Verstärkereingang.

Empfängertemperatur für die verschiedenen Fälle bei einem WTK. von $\alpha = 0{,}05$ Grad^{-1}; in Abbildung 4 bei einem WTK. von $\alpha = 0{,}005$ Grad^{-1} aufgetragen; als mittlerer relativer Fehler ist $g = 1$ Proz. angenommen. Die Umgebungstemperatur betrage 293° K, die Fläche 0,01 cm².

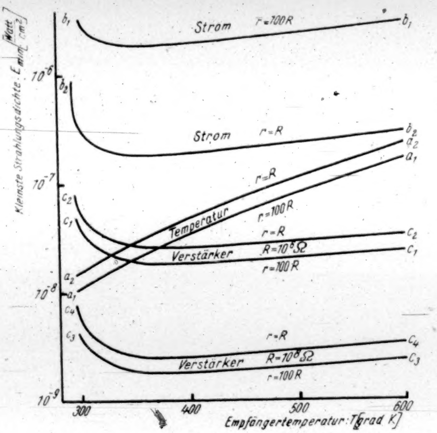


Abb. 4. Kleinste mit 1 Proz. Fehler meßbare Strahlungsdichte $E_{\min}$ für die verschiedenen Störungen in Abhängigkeit von der Empfängertemperatur T bei $\alpha = 0{,}005$ Grad^{-1}.

$F = 0{,}01$ cm², $T_0 = 293°$ K, $e_1 + e_2 = 1$.

Kurven a entsprechen Temperaturschwankungen des Empfängers.

Kurven b entsprechen Stromschwankungen im Kreis Verstärkereingang—Bolometer.

Kurven c entsprechen Störungen im Verstärkereingang.

Außerdem ist jeweils der Fall $r = 100\,R$ (Bedingung 2, Abschnitt I erfüllt) und auch der Fall $r = R$ eingetragen, wobei für alle Temperaturen der gleiche Wert R gelten soll. Für $r = R$ darf allerdings der in der Brückendiagonale fließende Strom nicht mehr vernachlässigt werden und unsere Formeln gelten nicht mehr streng: Die in der Brückendiagonale auftretende Spannung wird jedenfalls kleiner sein als zuvor. Um dies abzuschätzen, kann man die Rechnung von C. H. Cartwright[20]) benutzen (Korrektionsglied im Nenner vernachlässigt); man findet eine Verkleinerung der Spannung und damit der Empfindlichkeit um den Faktor $1/\sqrt{2}$. Die durch Störung a und c verursachte Spannungsschwankung ändert sich für $r = R$ nicht, dagegen sinkt die Spannungsschwankung durch Störung b (Stromschwankungen im Kreis Verstärkereingang-Bolometer) um den Faktor $1/10\sqrt{2}$. Für a und b wird also der kleinstmeßbare Wert um den Faktor $\sqrt{2}$ größer, für b um den Faktor $1/10$ kleiner.

Die Kurven a (Empfindlichkeitsbegrenzung durch Temperaturschwankungen des Empfängers) steigen mit zunehmender Temperatur mit der vierten Potenz von T an.

Die Kurven b (Empfindlichkeitsbegrenzung durch Stromschwankungen im Kreis Verstärkereingang-Bolometer) fallen mit steigender Temperatur stark ab, gehen bei $T = T_0 \cdot \sqrt[4]{7/3} = 362°$ K durch ein Minimum und steigen mit weiter zunehmender Temperatur etwa mit der dritten Potenz von T.

Die Kurven c (Empfindlichkeitsbegrenzung durch Störungen im Verstärkereingang) haben ähnlichen Verlauf wie die Kurven b, doch liegt hier das Minimum bei $T = T_0 \cdot \sqrt[4]{3} = 387°$ K; außerdem hängt der Absolutwert sehr von der Größe des Empfängerwiderstandes R ab. Für den gezeichneten Fall $R = 10^8\,\Omega$ liegen die Kurven c um zwei Zehnerpotenzen, für $R = 10^6\,\Omega$ noch eine Zehnerpotenz tiefer als alle anderen und erst für $R = 10^4\,\Omega$ wäre gleich Größenordnung mit a und b erreicht.

Für $\alpha = 0{,}05$ Grad^{-1} (Größenordnung eines Halbleiters) kommt für $r = R$ Kurve b_2 in gleiche Größenordnung wie Kurve a_2, während für $r = 100\,R$ Kurve b_1 über allen anderen liegt und allein ausschlaggebend ist.

Es ist nun die Frage, ob man die Temperaturschwankungen des Empfängers und die Stromschwankungen im Kreis Verstärkereingang Bolometer als voneinander unabhängig betrachten will oder nicht. Falls Unabhängigkeit besteht, addieren sich beide und es ist maximal die doppelte Schwankung zu erwarten. Da der Empfänger selbst im Verstärkereingangskreis liegt, und die Empfängertemperatur als maßgeblich für die Stromschwankungen in diesem Kreis genommen wurde, werden beide Störungen als voneinander abhängig betrachtet und der Betrag der jeweils größeren Schwankung als Gesamtschwankung angenommen.

Der Schnittpunkt von Kurve a_2 und Kurve b_2 für $r = R$ ergibt das Optimum, entsprechend einer Temperatur von rund 325° K.

Für $\alpha = 0{,}005$ Grad^{-1} liegen die Kurven b_1 bzw. b_2 über a_1 bzw. a_2 und den Kurven c, so daß sie allein maßgeblich sind; die Minima liegen bei 362° K.

Wesentlich für die Meßgrenze sind also zunächst die Stromschwankungen im Kreis Ver-

20) C. H. Cartwright, l. c. S. 165, Gleichung 33.

stärkereingang-Bolometer, unter Umständen auch die Temperaturschwankungen des Empfängers. Die Störungen in der ersten Verstärkerstufe fallen nicht ins Gewicht; sie würden bei einem Widerstand von $R = 10^4\,\Omega$ von vergleichbarer Größenordnung werden und erst bei noch kleineren Widerständen ausschlaggebend sein.

Für unsere Annahmen liegt die günstigste Arbeitstemperatur, gegeben durch die Kurven a und b somit bei Temperaturen von etwa 320 bis 360° K. Dieser Wert wird auch nicht sehr verändert, falls die Störungen im Verstärkereingang beträchtlicher sind, was praktisch von Bedeutung sein kann. Denn die dem Rechnung tragenden Kurven *c* haben ein Minimum bei 387° K.

Da man noch nicht an der Meßgrenze des Verstärkers ist, kann die Messung unter Umständen bequemer sein als mit Galvanometer, das beim niederohmigen Bolometer durch seine unvermeidlichen Schwankungen die Empfindlichkeit begrenzt.

Für sämtliche Störquellen hängt die kleinste meßbare Strahlungsdichte von $1/\sqrt{F}$ ab; Vergrößerung der Empfängerfläche bringt also eine (geringe) Verbesserung[21]).

In Wirklichkeit hat nun R und vor allem der WTK. α für verschiedene Temperaturen verschiedene Werte. Die Änderung von R fällt dabei nicht ins Gewicht, da R nur in die Kurven *c* eingeht. Wichtiger ist die Temperaturabhängigkeit von α, die den Wert der günstigsten Arbeitstemperatur noch zusätzlich etwas verändern kann.

Als kleinste mit dem mittleren relativen Fehler $g = 1$ Proz. meßbare Strahlungsdichte wird bei einer Empfängerfläche von 0,01 cm² erhalten:

1. Hochohmbolometer:

a) Verstärkereingangswiderstand $r = 100\,R$:

$$\text{WTK.} = 0{,}05\,\text{Grad}^{-1} \quad E_{\min} = 1{,}8 \cdot 10^{-7}\,\frac{\text{Watt}}{\text{cm}^2}$$

$$\text{WTK.} = 0{,}005\,\text{Grad}^{-1} \quad E_{\min} = 1{,}8 \cdot 10^{-6}\,\frac{\text{Watt}}{\text{cm}^2}$$

b) Verstärkereingangswiderstand $r = R$:

$$\text{WTK.} = 0{,}05\,\text{Grad}^{-1} \quad E_{\min} = 2{,}0 \cdot 10^{-8}\,\frac{\text{Watt}}{\text{cm}^2}$$

$$\text{WTK.} = 0{,}005\,\text{Grad}^{-1} \quad E_{\min} = 2{,}0 \cdot 10^{-7}\,\frac{\text{Watt}}{\text{cm}^2}$$

2. Niederohmbolometer (nach C. H. Cartwright):

$$\text{WTK.} = 0{,}004\,\text{Grad}^{-1} \quad E_{\min} = 3{,}0 \cdot 10^{-7}\,\frac{\text{Watt}}{\text{cm}^2}\ ^{22)}$$

Die Grenzempfindlichkeit eines Hochohmbolometers liegt also unter sonst gleichen Verhältnissen nicht wesentlich günstiger als die eines niederohmigen Metallbolometers. Da aber die Empfindlichkeit vorwiegend durch Stromschwankungen im Kreis Verstärkereingang-Bolometer und nicht durch die Temperaturschwankungen des Empfängers begrenzt ist, kann man mit einem höheren WTK. tatsächlich eine bessere Grenzempfindlichkeit erreichen. Allerdings sind höhere Werte des WTK. als rund 0,05 Grad⁻¹ zwecklos, da dann die Störungen durch Temperaturschwankungen des Empfängers von gleicher Größenordnung werden.

Bei Verwendung eines Halbleiters, dessen WTK. leicht eine Zehnerpotenz größer gemacht werden kann als der eines Metalls, ist also noch eine rund 10mal kleinere Strahlungsdichte mit gleicher Genauigkeit meßbar.

Man könnte zwar die Temperaturschwankungen durch Vergrößerung der Wärmekapazität herabsetzen, indem man die Foliendicke erhöht [s. Gleichung (XVIb)]. Praktisch ist das jedoch nur in beschränktem Maße möglich, und da nur die Wurzel aus der Wärmekapazität eingeht, ist auch kein wesentlicher Gewinn zu erwarten.

Zu beachten ist schließlich, daß die obigen Werte der kleinst meßbaren Strahlungsdichte für eine mittlere Empfindlichkeit, unter Vernachlässigung des Korrektionsgliedes im Nenner von Gleichung (XV), errechnet wurden. Für positiven WTK. kann in Schaltung b der wirkliche Grenzwert bei noch etwas kleineren Strahlungsdichten liegen; doch dürfte die Größenordnung kaum wesentlich unterschritten werden.

Schließlich ist noch das Absorptionsvermögen des Empfängers zu berücksichtigen, das in der Rechnung zu 100 Proz. angenommen wurde. Der kleinste Meßwert liegt dann entsprechend höher.

Wird das Bolometer nicht im Hochvakuum, sondern an Luft von Atmosphärendruck betrieben, so sinkt durch den Einfluß der Wärmeleitung die Empfindlichkeit weiter ab. Erfahrungsgemäß wird der kleinste Meßwert dann um den Faktor 5 bis 10 größer[23]).

21) Bezieht man auf die Strahlungsenergie, so muß noch mit F multipliziert werden. Die kleinste meßbare Strahlungsenergie hängt dann von $\sqrt{F}$ ab, nimmt also mit zunehmender Fläche zu.

22) Der Wert ist bei C. H. Cartwright, l. c. für die Energie angegeben; er ist unter Berücksichtigung der Fläche und der zu 80 Proz. angegebenen Empfängerabsorption umgerechnet. Als Grenze für die Messung sind dabei lediglich die spontanen Schwankungen des Galvanometers berücksichtigt

23) Vgl. E. Warburg, G. Leithäuser u. Ed. Johansen, l. c.

VII. Vergleich mit dem kapazitiven Bolometer

P. Moon und L. R. Steinhardt[24]) haben die Verhältnisse bei einem hochohmigen, mit Wechselstrom betriebenem Bolometer für den Fall untersucht, daß Empfänger und Vergleichswiderstand kleine Kapazitäten darstellen. Dies wird dadurch erreicht, daß auf der sehr dünnen hochohmigen Empfängerfolie beiderseits die Abnahmeelektroden flächenhaft angebracht sind. Man hat dann eine kapazitive Wheatstonesche Brücke, deren durch die Bestrahlung gestörtes Gleichgewicht mit einer meßbar veränderlichen Kapazität (bzw. einem Widerstand) wieder abgeglichen wird. Als Nullinstrument dient ein Verstärker mit einem Telephon.

In einer theoretischen Betrachtung wird die Empfindlichkeit unter völliger Vernachlässigung der Stromheizung allgemein berechnet und die beiden Sonderfälle:

a) nur die Kapazität temperaturabhängig,
b) nur der Verlustwiderstand temperaturabhängig,

herausgestellt.

Die Ergebnisse einiger Versuche mit verschiedenen Materialien stimmen mit der berechneten Empfindlichkeit überein; dabei ist allein die Temperaturabhängigkeit der Kapazität von Belang (a).

Der Vergleich mit unserer Rechnung wird dadurch etwas erschwert, daß Moon und Steinhardt sich lediglich auf die Spannung am Empfänger[25]) beziehen, wobei der Empfängerwiderstand R (komplex) klein sein soll gegen den in Reihe liegenden Vergleichswiderstand W; bezogen auf die Empfängerspannung gewinnt man so gegenüber der symmetrischen Brücke ($R = W$) den Faktor 2[26]).

Die Versuche sind nun bei 8,5 Volt Empfängerspannung gemacht worden und dann für eine Empfängerspannung von 100 Volt extrapoliert. Da man entsprechend R sehr viel kleiner W dann zu einer Gesamtspannung der Größenordnung von mindestens 1000 Volt kommt, erscheint es nicht zulässig, den extrapolierten Wert als experimentelles Ergebnis zu bezeichnen.

Als bestimmend für die Meßgrenze werden die Stromschwankungen im Kreis Verstärkereingang—Bolometer, die sich als Spannungsschwankungen am Verstärker äußern, angenommen. Die Störungen in der 1. Verstärkerstufe werden durch einen entsprechenden zusätzlichen Eingangswiderstand berücksichtigt. Bis auf dieses Glied und den Faktor $\sqrt{2}$ ist die entsprechende Formel identisch mit unserer Gleichung (XVIIa). Die danach berechnete Spannungsschwankung wird zu 10^{-7} Volt angegeben, der mit 1 Proz. Fehler meßbare kleinste Wert ist somit 10^{-5} Volt.

Für 8,5 Volt Empfängerspannung wird der mit 1 Proz. Fehler meßbare Wert der Strahlungsdichte $6 \cdot 10^{-7}$ [27]) Watt/cm².

Wird dieser Wert auf eine Empfängerspannung von 100 Volt extrapoliert, so erhält man eine Strahlungsdichte von $7 \cdot 10^{-8}$ [27]) Watt/cm².

Der theoretisch günstigste Fall ergibt sich bei Moon und Steinhardt, wenn der WTK. zu rund 0,12 Grad^{-1} angenommen wird[28]) und lediglich der Verlustwiderstand sich ändert, während der Verlustwinkel annähernd 90° betragen soll. (Für niederfrequenten Wechselstrom wird dies als erreichbar angenommen).

Das ist dann aber nichts anderes als das Hochohmwiderstandsbolometer; so stimmt auch Gleichung (VII) (Fall a, in erster Näherung $T = T_0$) mit der Moon- und Steinhardtschen Formel überein, falls man auf gleiche Empfängerspannung und gleiche Verhältnisse zwischen R und W bezieht.

Der mit 1 Proz. Fehler meßbare Wert der kleinsten Strahlungsdichte wird dann zu $5 \cdot 10^{-10}$ Watt/cm²[29]) angegeben.

Dieser allerdings sehr kleine Wert, der die Grenzempfindlichkeit sowohl von Bolometern als auch Thermosäulen und Mikroradiometern weit übersteigt, wird nun gegenstandslos durch die unvermeidbaren spontanen Temperaturschwankungen des Empfängers. Berücksichtigt man diese entsprechend Gleichung (XVI), so erhält man gerade den für $T = T_0 = 293°$ K geltenden Wert in unserer Darstellung, nämlich rund 10^{-8} Watt/cm² (vgl. Abb. 3 bzw. 4). Lediglich infolge der vernachlässigten Stromwärme ist er rund um den Faktor 2 günstiger als der Grenzwert beim Hochohmwiderstandsbolometer.

Auch für den Fall der reinen Kapazitätsänderung läßt sich diese Grenze nicht unterschreiten, weil durch eine größere Kapazitäts-Temperaturabhängigkeit gleichfalls nur die spontanen Temperaturschwankungen des Empfängers verstärkt wiedergegeben werden.

Das kapazitive Bolometer ist also bestenfalls ebenso leistungsfähig wie ein Hochohmwiderstandsbolometer

24) Parry Moon u. L. R. Steinhardt, Journ. Opt. Soc. Amer. **28**, 148, 1938.

25) Die Spannung am Empfänger ist je nach Durchschlagsfestigkeit des Materials beschränkt.

26) Vgl. auch S. 303.

27) Angegeben ist die Schwankung, mit 1 Proz. Fehler meßbar ist also der 100fache Wert.

28) Gegeben in der Form der Halbleiter-Widerstandstemperaturabhängigkeit $\alpha = b/T^2$; für $b = 10000$, $T = 293°$ K wird $\alpha = 0{,}12$ Grad^{-1}.

29) Angegeben ist die Schwankung, mit 1 Proz. Fehler meßbar ist also der 100fache Wert.

Zusammenfassung

Die Empfindlichkeit eines Hochohmbolometers, an dem mit einem Röhrenverstärker gemessen werden soll, wird für zwei grundsätzliche Schaltungen berechnet. Für die eine Schaltung ist die Empfindlichkeit unabhängig vom Vorzeichen des Widerstandstemperaturkoeffizienten, für die andere Schaltung ergeben sich bei positivem (metallischem) Widerstandstemperaturkoeffizienten günstigere Verhältnisse als bei negativem (Halbleiter).

Unter Berücksichtigung der durch die mittlere Schwankung der Wärmeenergie verursachten unvermeidlichen Störungen, und zwar

a) durch Temperaturschwankungen des Empfängers,
b) durch Stromschwankungen im Kreis Verstärkereingang–Bolometer,
c) durch Störungen in der ersten Stufe des Verstärkers (Schroteffekt, Heizspannungsschwankungen)

wird für eine mittlere Empfindlichkeit die natürliche Meßgrenze ermittelt.

Es ergibt sich ein Überwiegen der Störungen durch Stromschwankungen im Kreis Verstärkereingang–Bolometer (b), während die Temperaturschwankungen des Empfängers (a) sich erst in zweiter Linie bemerkbar machen. Die Störungen in der ersten Stufe des Verstärkers (c) sind bei den gemachten Annahmen noch ohne Belang. Dadurch kann die praktische Handhabung eines Hochohmbolometers einfacher sein als die eines Niederohmbolometers mit Galvanometer.

Entsprechend der Temperaturabhängigkeit der verschiedenen Störungen ergibt sich ein günstigster Bereich der Empfängertemperatur, der zwischen 320 und 360° K liegt. Bei höheren Empfängertemperaturen kann zwar die Empfindlichkeit im Einzelfall größer sein, doch kann sie infolge des Anwachsens der Störungen nicht mehr ausgenutzt werden.

Bei gleichem Widerstandstemperaturkoeffizienten erhält man für die kleinste mit dem mittleren Fehler $g = 1$ Proz. meßbare Strahlungsdichte etwa den gleichen Wert wie bei einem niederohmigen Bolometer. Ist der Widerstandstemperaturkoeffizient von der Größenordnung eines Metalls, also rund 0,005 Grad^{-1}, so ist bei 0,01 cm^2 Empfängerfläche dieser kleinste Betrag der Strahlungsdichte $1{,}8 \cdot 10^{-7}$ Watt/cm^2.

Lediglich bei höherem Widerstandstemperaturkoeffizienten ist es möglich, zu kleineren Strahlungsdichten zu kommen. Doch hat es keinen Zweck, den Widerstandstemperaturkoeffizienten mehr als etwa 10mal größer, also höher als rund 0,05 Grad^{-1} zu wählen, da dann die von ihm unabhängigen Störungen durch Temperaturschwankungen allein ausschlaggebend werden.

Bei einem Halbleiter sind Widerstandstemperaturkoeffizienten dieser Größe leicht erreichbar; ein Halbleiterbolometer kann dann rund 10mal empfindlicher gemacht werden als ein Metallbolometer. Einer Empfängerfläche von 0,01 cm^2 entspricht dabei ein kleinster meßbarer Wert der Strahlungsdichte von $2{,}0 \cdot 10^{-8}$ Watt/cm^2.

Für ein kapazitives Bolometer gelten grundsätzlich die gleichen Überlegungen, so daß damit kein Empfindlichkeitsgewinn gegenüber einem Widerstandsbolometer zu erreichen ist.

Berlin-Charlottenburg, den 2. Juli 1942.

(Eingegangen 28. Juli 1942)

Normalfrequenz-Aussendung der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt über den Deutschlandsender werktäglich 10^{h} 45^{min}.

Die Zahlen der Spalten 2 geben an, um wieviel in 10^{-9} des Wertes der Betrag der ausgestrahlten Frequenz vom Sollwert 1000,000000 Hz abweicht. Die Abweichung wurde mittels der Quarzuhren der Reichsanstalt bestimmt.

1	2	1	2
Juli 1942		Juli 1942	
Tag	Abweichung	Tag	Abweichung
1.	+ 22	17.	+ 2
2.	+ 13	18.	0
3.	+ 6	19.	—
4.	—[1]	20.	+ 5
5.	—	21.	+ 2
6.	− 2	22.	− 2
7.	+ 8	23.	− 2
8.	+ 8	24.	− 1
9.	− 2	25.	0
10.	+ 6	26.	—
11.	+ 5	27.	− 2
12.	—	28.	− 1
13.	0	29.	− 2
14.	+ 1	30.	+ 3
15.	− 5	31.	− 4
16.	− 3		

[1]) Aussendung ausgefallen.

Berlin-Charlottenburg, den 3. August 1942.

Physikalisch-Technische Reichsanstalt,
Abteilung II.

Im Auftrage:
A. Scheibe, U. Adelsberger.

Über den Einfluß der im Film ausgelösten Photoelektronen und der Größe des Photometerspalts auf die Breite von Röntgenlinien

Von Albert Kochendörfer

1. Aufgabenstellung

Die Verbreiterung der Röntgenlinien unverformter und kaltbearbeiteter Werkstoffe kann bekanntlich durch Kleinheit der kohärenten Gitterbereiche (Teilchenkleinheit) und durch Gitterverzerrungen (verborgen elastische Spannungen) verursacht sein. Um eine eindeutige Trennung der Verbreiterung in beide Anteile durchführen zu können, muß man, wie A. Kochendörfer und U. Dehlinger[1]) gezeigt haben, die Breite aller Linien messen und nicht nur, wie es meist noch geschieht, die der letzten Linien. Die Trennung wird dadurch ermöglicht, daß die Teilchengrößenverbreiterung in anderer Weise mit dem Braggschen Winkel ϑ ansteigt wie die Spannungsverbreiterung, und zwar erstere proportional zu $1/\cos\vartheta$, letztere proportional zu $\operatorname{tg}\vartheta$.

Die Breite einer Linie setzt sich aber nicht nur aus diesen beiden Anteilen zusammen, sondern außerdem noch aus zwei geometrischen Anteilen, die davon herrühren, daß Präparat und Blende von Null verschiedene Größen besitzen. Der Präparatanteil kann bei geeigneter fokussierender Aufnahmeanordnung zum Verschwinden gebracht werden[1]), so daß nur noch der Einfluß der Blendengröße übrigbleibt. Doch auch dieser läßt sich dann, wenn nur der Blendendurchmesser kleiner ist als die gemessene Linienbreite[2]), rechnerisch eliminieren[1]).

Die so erhaltene Breite stellt jedoch auch noch nicht die durch Teilchenkleinheit und Gitterverzerrungen allein verursachte „wahre Breite" dar, denn die von den auftreffenden Röntgenstrahlen im Film ausgelösten Photoelektronen sensibilisieren noch in einer bestimmten Umgebung ihrer Auslösungsstellen Filmkörner und bedingen so eine zusätzliche „natürliche Verbreiterung" der Linien. Außerdem wird beim Photometrieren infolge der notwendig von Null verschiedenen Photometerspaltbreite eine weitere zusätzliche Verbreiterung der photometrierten gegenüber den wirklichen Linien hervorgerufen.

Zur Ermittlung der wahren Linienbreite müssen die drei Faktoren Photometerspaltbreite, Blendenbreite und Photoelektroneneinfluß nacheinander in dieser Reihenfolge eliminiert werden. Da die Berechnung des Blendengrößeneinflusses bereits vorliegt[1]), so wird im folgenden der Einfluß der beiden andern Faktoren berechnet.

Die Bedeutung der Photoelektronenverbreiterung für die Grenze der Fehlererkennbarkeit auf Grobstrukturaufnahmen (Röntgenschattenbildern) wurde von Berthold[3]) eingehend untersucht. Wegen der starken Wellenlängenabhängigkeit der Reichweite der Photoelektronen (Abschnitt 4b) ist ihr Einfluß bei Debye-Scherrer-Aufnahmen, bei denen die wirksamen Wellenlängen bedeutend größer sind als bei Grobstrukturaufnahmen, wesentlich kleiner als bei letzteren, und es war zu erwarten, daß er im allgemeinen nicht mehr merklich ist. Seine Berechnung erschien trotzdem aus folgenden Gründen wünschenswert: Über die Mosaikgröße von Kristallen, die nach Versuchen von Dehlinger und Gisen[4]) für die plastischen Eigenschaften von Bedeutung ist und in der Theorie der Kristallplastizität eine maßgebende Rolle spielt[5]), liegen bis jetzt nur qualitative, aber noch keine quantitativen Angaben vor, obwohl diese sicher auf vielen Gebieten der Kristallphysik zur Klärung noch bestehender Zweifel beitragen können. Da die Gesamtintensität der Röntgenlinien außer von der Größe der Mosaikblöcke noch von verschiedenen andern Faktoren abhängt[6]), so erlauben Intensitätsmessungen nur größenordnungsmäßige Angaben und da die Mosaikgröße an der Grenze des optischen Auflösungsvermögens liegt und die Mosaikstruktur nur unter besonderen Bedingungen sichtbar wird[7]), so erscheint als einzige Möglichkeit zur genauen Bestimmung der Mosaikgröße die

1) A. Kochendörfer und U. Dehlinger, Zeitschrift f. Kristallogr. **101**, 134, 1939; Zeitschr. f. Metallkunde **31**, 231, 1939. Vgl. auch den zusammenfassenden Bericht von R. Fricke, Zeitschr. f. Elektrochem. **46**, 491, 1940.

2) Unter Linienbreite verstehen wir in üblicher Weise die Breite einer Linie in der Höhe ihrer halben größten Intensität.

3) R. Berthold, Arch. f. Eisenhüttenw. **12**, 597, 1939; Atlas der zerstörungsfreien Prüfverfahren, J. A. Barth, Leipzig 1939.

4) U. Dehlinger und F. Gisen, Physik. Zeitschrift **34**, 836, 1933; **35**, 862, 1934.

5) A. Kochendörfer, Plastische Eigenschaften von Kristallen und metallischen Werkstoffen. Reine und angewandte Metallkunde in Einzeldarstellungen, herausgegeben von W. Köster, Bd. 7, J. Springer, Berlin 1941.

6) R. Brill und M. Renninger, Ergebnisse der technischen Röntgenkunde, Bd. 6, Akademische Verlagsgesellschaft, Leipzig 1938; R. Fricke, l. c.

7) L. Graf, Zeitschr. f. Elektrochem. **48**, 181, 1942. Ganz zweifelsfrei kann man allerdings durch mikroskopische Untersuchungen nicht angeben, ob eine beobachtete Wachstumsstruktur tatsächlich die Mosaikstruktur ist, denn letztere kann immer noch unterhalb der mikroskopischen Auflösungsgrenze liegen.

Messung der Linienverbreiterung. Wenn man auf diese Weise die in Frage kommenden Mosaikgrößen von 10^{-3}–10^{-4} cm noch sicher feststellen will, so muß man wahre Breiten von 3/1000 bis 5/1000 mm noch genau bestimmen können. Ob bei solch schmalen Linien der Photoelektroneneinfluß noch vernachlässigt werden darf, läßt sich ohne Rechnung nicht voraussagen.

Schließlich entsteht die Frage, ob solche Linien noch innerhalb zulässiger Fehlergrenzen ausphotometriert werden können. Ihre Lösung erfordert zunächst die Berechnung derjenigen wirklichen Linienbreite, die bei gegebener Photometerspaltbreite noch innerhalb zulässiger Fehlergrenzen bestimmt werden kann und dann die praktische Feststellung, ob die Photometerspaltbreite, welche bei der geforderten Mindestbreite von 3/1000 mm noch zulässig ist, noch angewandt werden kann. Im Anschluß an die allgemeinen Untersuchungen werden diese Fragen theoretisch und experimentell beantwortet (Abschnitt 6 c).

Die Intensitätsverteilung einer Debye-Scherrer-Linie längs der Mittellinie des Films ist näherungsweise durch eine Gaußsche Glockenkurve gegeben[8]). Bei dieser Linienform können die auftretenden Integrale nicht geschlossen ausgewertet werden. Wir betrachten daher zunächst rechteckige, dreieckige und dreieckige abgestumpfte Linien, für welche sich übersichtliche allgemeine Zusammenhänge ergeben. Außerdem können die für rechteckige Linien erhaltenen Ergebnisse experimentell unmittelbar nachgeprüft werden, da sich solche Linien mit bekannter wahrer Breite einfach herstellen lassen (Abschnitt 6a), während das für Debye-Scherrer-Linien nicht möglich ist. Weiter läßt sich die zusätzliche Verbreiterung einer Linie mit Gaußscher Kurvenform auf die einer dreieckigen abgestumpften Linie mit geeigneter Abstumpfung zurückführen.

Die Untersuchungen erstrecken sich bei jeder Linienform zunächst auf den Einfluß der Photometerspaltbreite auf eine zusätzlich nicht verbreiterte Linie, die wir als Grundlinie bezeichnen, danach auf den Einfluß der Photoelektronen auf eine Grundlinie und schließlich auf den Einfluß der Photometerspaltbreite und Blendenbreite auf eine durch Photoelektronen schon zusätzlich verbreiterte Linie.

2. Bezeichnungen und Koordinatensysteme

Wir bezeichnen: Die Photometerspaltbreite mit s, die Blendenbreite mit D, die Photoelektronenreichweite mit l; die Linienbreite einer wirklichen Linie auf dem Film mit b, einer photometrierten Linie mit B, wobei wir die darin enthaltenen zusätzlich verbreiternden Faktoren durch Anfügen der obengenannten Zeichen angeben, also: b (wahre Linienbreite), b_l, b_{lD}, B, B_l, B_{lD}. Die Zugehörigkeit zu einer bestimmten Linienform kennzeichnen wir in den Formeln stets, im Text und in den Abbildungen erforderlichenfalls durch Anfügen eins der folgenden Zeichen: $\square$ für rechteckige, $\triangle$ für dreieckige, $\triangle$ für dreieckige abgestumpfte Linien und kein Zeichen für Debye-Scherrer-Linien, z. B. $b_\square$, $B_{l\triangle}$. An Stelle der Formeln für die zu berechnenden Linienbreiten selbst geben wir sie für ihre relativen Änderungen

$$\beta_s = \frac{B-b}{b}\,;\quad \beta_{ls} = \frac{B_l - b_l}{b_l}\,;\quad \beta_{lDs} = \frac{B_{lD} - b_{lD}}{b_{lD}}\,;\quad \beta_l = \frac{b_l - b}{b}\,;\quad \beta_{lD} = \frac{b_{lD} - b_l}{b_l} \qquad (1)$$

an. Zur Beschreibung des Intensitätsverlaufs der Linien benutzen wir folgende Koordinatensysteme: (ξ, η) bzw. (x, y) für eine wirkliche bzw. photometrierte Grundlinie, (ξ, η_l) bzw. (x, y_l) für eine wirkliche bzw. photometrierte durch Photoelektronen zusätzlich verbreiterte Linie. Dabei gibt die Abszisse ξ die Entfernung des betrachteten Linienpunktes vom linken Anfangspunkt der Grundlinie, die Ordinate η bzw. η_l die Intensität der Grundlinie bzw. der aus ihr hervorgegangenen zusätzlich verbreiterten Linie in diesem Punkt an. Die Abszisse x ist gleich der Abszisse ξ der wirklichen Linie, durch den die Mitte des Photometerspalts geht und die Ordinate y bzw. y_l proportional zu der vom Photometerspalt erfaßten Intensität der Grundlinie bzw. der zusätzlich verbreiterten Linie[9]). Die größte Intensität einer Linie bezeichnen wir durch einen Querstrich, z. B. $\overline{\eta}$, $\overline{\eta}_l$.

3. Berechnung des Photometerspalteinflusses auf Grundlinien

a) Rechteckige Linien (Fig. 1)

Photometrieren wir eine rechteckige Linie, so erhalten wir je nach der Breite s des Photometerspalts im Verhältnis zur Breite b der Linie eine von der wirklichen mehr oder weniger ver-

8) M. von Laue, Zeitschr. f. Kristallogr. **64**, 115, 1926.

9) Wir nehmen also an, daß wir das linear arbeitende Gebiet des Photometers benutzen oder im anderen Falle die Ordinaten der zunächst aufgenommenen Photometerkurve mit Hilfe einer Schwärzungskurve umgezeichnet haben.

schiedene Linienform, wie man aus Fig. 1, welche die Fälle $s = b/4, b, 4b$ als Repräsentanten für die Fälle $s <, =, > b$ veranschaulicht, ohne Rechnung unmittelbar erkennt. Man sieht ferner, daß $B = b$ für $s < b$ und $B = s$ für $s \geqq b$ ist. Damit wird die relative Änderung β_s von B gegenüber b [vgl. Gleichung (1)]:

$$\beta_{s\square} \begin{cases} = 0 & \text{für } s < B_\square = b_\square \quad (2a) \\ = \dfrac{s}{b_\square} - 1 & \text{für } s = B_\square \geqq b_\square \quad (2b) \end{cases}$$

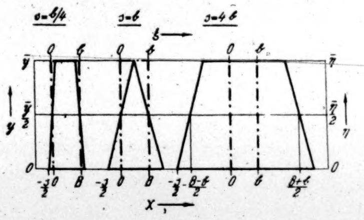


Fig. 1. Photometerlinien (ausgezogen) rechteckiger Linien (strichpunktiert) gleicher Breite b bei verschiedener Photometerspaltbreite s.

Die Kurve $m/b = 1$ in Fig. 4 gibt den Verlauf von $\beta s_\square$ mit $s/B_\square$ an. Für $s \geqq b$ steht b in keinem unmittelbaren Zusammenhang mehr mit B und kann deshalb nicht mehr bestimmt werden, ein Sachverhalt, der praktisch für alle Linienformen gilt. Wir betrachten daher im folgenden zunächst nur die Fälle $s \leqq b$, und kommen auf die Größe des innerhalb zulässiger Fehlergrenzen noch bestimmbaren oberen Grenzwertes von b in Abschnitt c dieses Punktes zu sprechen.

b) Dreieckige Linien (Fig. 2)

Bei dieser Linienform ist die gemessene Breite B für eine von Null verschiedene Photometerspaltbreite s stets größer als die wirkliche Breite b. Bei der wirklichen Linie ist die Intensität η im linken aufsteigenden Ast proportional zu ξ:

$$\eta = \frac{\overline{\eta}_\Delta}{b_\Delta}\, \xi \,. \tag{3a}$$

Die Ordinate y der photometrierten Linie ist in dem Teil, in dem der Photometerspalt die linke Hälfte der wirklichen Linie voll bedeckt, also von $x = s/2$ bis $x = b - s/2$ proportional zu η. Dieser Teil der Photometerlinie ist also geradlinig und seine Verlängerung geht bei $x = 0$ durch $y = 0$, hat also die Gleichung:

$$y = s\,\eta_{(\xi = x)} = \frac{s\,\overline{\eta}_\Delta}{b_\Delta}\, x \,, \tag{3b}$$

wenn wir, wie auch weiterhin, den Proportionalitätsfaktor gleich 1 setzen. Er bestimmt zusammen mit seinen in Fig. 2 gezeichneten Verlängerungen eine zu der wirklichen Linie ähnliche dreieckige Linie, deren Breite mit der wirk-

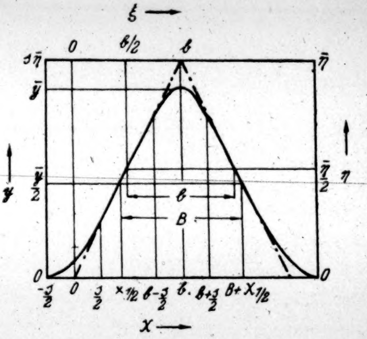


Fig. 2. Photometerlinie (ausgezogen) einer dreieckigen Linie (strichpunktiert).

lichen Breite b übereinstimmt. Würde die photometrierte größte Intensität $\overline{y}$ mit der größten Intensität $s\overline{\eta}$ dieser dreieckigen Linie übereinstimmen, so wäre auch $B = b$. In Wirklichkeit ist aber $\overline{y} < s\overline{\eta}$, und zwar, wie man aus Fig. 2 leicht erkennt, nach Gleichung (3a):

$$\overline{y} = s\,\eta_{\left(\xi = b_\Delta - \frac{s}{4}\right)} = s\,\overline{\eta}_\Delta \left(1 - \frac{s}{4\,b_\Delta}\right). \tag{4a}$$

Damit erhält man aus Gleichung (3b) für den x-Wert $x_{1/2}$ in der Höhe $y = \overline{y}/2$:

$$x_{1/2} = x_{(y = \overline{y}/2)} = \frac{b_\Delta}{2}\left(1 - \frac{s}{4\,b_\Delta}\right) \tag{4b}$$

und daraus mit $B = 2\,(b - x_{1/2})$ für die relative Zunahme β_s von B gegenüber b:

$$\left.\begin{aligned} \beta_{s\Delta} &= \frac{s}{4\,b_\Delta} = \frac{s/B_\Delta}{4 - s/B_\Delta} \leqq 0{,}25 \\ \text{für}\quad s &\leqq b_\Delta = \frac{4}{5}\,B_\Delta\,. \end{aligned}\right\} \tag{5}$$

Für $s > 0{,}8\,b = {}^2/_3\,B$ gilt Gleichung (5) nicht mehr ganz genau, da dann die geradlinigen Mittelteile der Photometerlinien so stark zusammenschrumpfen, im Grenzfall $s = b$ je auf einen Punkt, daß die Breite in den parabolisch verlaufenden unteren Teilen gemessen wird, wo sie etwas größer ist, als sie sich nach Gleichung (5) berechnet. Dieser Unterschied ist aber, wie die genaue etwas umständliche Rechnung ergibt.

praktisch ohne Bedeutung, so daß wir von ihm absehen. Die Kurve $m = 0$ in Fig. 4 gibt den Verlauf von $\beta_{s\Delta}$ mit s/B an.

Auf die Verhältnisse bei $s > b_\Delta$ kommen wir im nächsten Abschnitt zu sprechen.

c) Dreieckige abgestumpfte Linien (Fig. 3)

Wie man unmittelbar anschaulich erkennt, hängt bei einer in ihren unteren Teilen dreieckigen Linie die Verminderung der photometrierten größten Intensität $\bar{y}$ gegenüber der sich durch Verlängerung der geradlinigen Teile der Photometerlinie ergebenden größten Intensität $s\bar{\eta}$, die ihrerseits die Zunahme von B gegenüber b bedingt, stark von dem Verlauf der Linie

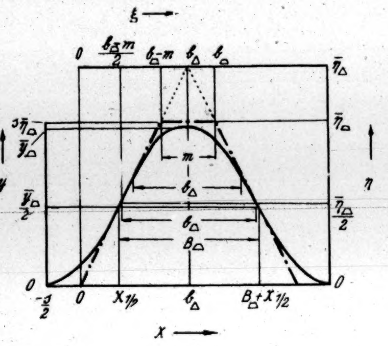


Fig. 3. Photometerlinie (ausgezogen) einer dreieckigen abgestumpften Linie (strichpunktiert).

in ihrem oberen Teil ab. Eine verhältnismäßig geringe Abflachung der Spitze hat schon eine verhältnismäßig große Annäherung von $\bar{y}$ an $s\bar{\eta}$ zur Folge.

Zur Berechnung der photometrierten Breite $B_\square$ einer dreieckigen abgestumpften Linie mit der Breite $b_\square$ betrachten wir neben derselben die dreieckige Linie mit der Breite b_Δ, die sich durch Verlängerung ihrer Seitenteile ergibt. Ist m die Breite der Abflachung, so ist, wie man aus Fig. 3 leicht abliest:

$$\left.\begin{aligned} b_\Delta &= b_\square - \frac{m}{2} \\ \bar{\eta}_\Delta &= \frac{b_\Delta}{b_\Delta - \frac{m}{2}}\,\bar{\eta}_\square = \frac{b_\square - m/2}{b_\square - m}\,\bar{\eta}_\square \end{aligned}\right\} \tag{6}$$

Der linke Ast dieser dreieckigen Linie hat die Gleichung:

$$\eta_\Delta = \frac{\bar{\eta}_\Delta}{b_\Delta}\,\xi = \frac{\bar{\eta}_\square}{b_\square - m}\,\xi. \tag{7a}$$

Damit erhält man entsprechend Gleichung (3b) für den linken Ast der photometrierten dreieckigen Linie, die sich durch Verlängerung der geradlinigen Teile der wirklichen Photometerlinie ergibt, die Gleichung:

$$y = s\,\eta_{\Delta(\xi = x)} = \frac{s\,\bar{\eta}_\square}{b_\square - m}\,x. \tag{7b}$$

Die größte photometrierte Intensität ist für $s \geqq m$:

$$\left.\begin{aligned} \bar{y}_\square &= m\,\bar{\eta}_\square + (s - m)\,\eta_{\Delta\left(\xi = b_\Delta - \frac{s}{2} + \frac{1}{2}\frac{s-m}{2}\right)} \\ &= \frac{s\,\bar{\eta}_\square}{b_\square - m}\left(b_\square - m - \frac{(s-m)^2}{4s}\right). \end{aligned}\right\} \tag{8a}$$

Aus Gleichung (7b) und Gleichung (8a) ergibt sich:

$$x_{1/2} = x_{(y = \bar{y}_\square/2)} = \frac{1}{2}\left(b_\square - m - \frac{(s-m)^2}{4s}\right) \tag{8b}$$

und daraus mit

$$B_\square = 2\,(b_\Delta - x_{1/2}) = 2\,(b_\square - x_{1/2}) - m.$$

$$\beta_{s\square} = \frac{s}{4\,b_\square}\left(1 - \frac{m/b_\square}{s/b_\square}\right)^2 \quad \text{für } m \leqq s \leqq b_\square. \tag{9a}$$

Für $s \leqq m$ ist offenbar $\bar{y} = s\bar{\eta}$ und damit $B_\square = b_\square$, d. h.:

$$\beta_{s\square} = 0 \qquad \text{für } s \leqq m. \tag{9b}$$

Dabei ist $m/b_\square$ eine von den Meßbedingungen unabhängige, die Art der Linie kennzeichnende Größe. Sie hat z. B. für Debye-Scherrer-Linien, wie wir im nächsten Abschnitt zeigen werden, den Wert 0,28. Aus Gleichung (9a) und der aus Gleichung (1) folgenden Beziehung:

$$\frac{s}{B_\square} = \frac{s/b_\square}{1 + \beta_{s\square}} \tag{9c}$$

kann man $s/b_\square$ eliminieren und $\beta s_\square$ als Funktion der Meßgröße $s/B_\square$ berechnen. Die sich ergebende Formel ist jedoch praktisch unhandlich, so daß man zweckmäßig für den gegebenen Wert von $m/b_\square$ zunächst $\beta s_\square$ für bestimmte Werte von $s/b_\square$ nach Gleichung (9a) bzw. (9b), und dann damit die zugehörigen Werte von $s/B_\square$ nach Gleichung (9c) berechnet und die Kurve $(\beta s_\square, s/B_\square)$ aufzeichnet. Fig. 4 zeigt den Verlauf dieser Kurven sowie der damit sich ergebenden Kurven $\left(\frac{b_\square}{B_\square}, \frac{s}{B_\square}\right)$ (beide strichpunktiert) für die angeschriebenen Werte von $m/b_\square$. Die $s/b_\square = 1$ entsprechenden Punkte sind durch eine punktierte Linie miteinander verbunden. In den Grenzfällen $m/b_\square = 1$ bzw. $= 0$ ergeben sich die Verhältnisse bei rechteckigen bzw. bei dreieckigen Linien, Gleichung (9a) und (9b) gehen

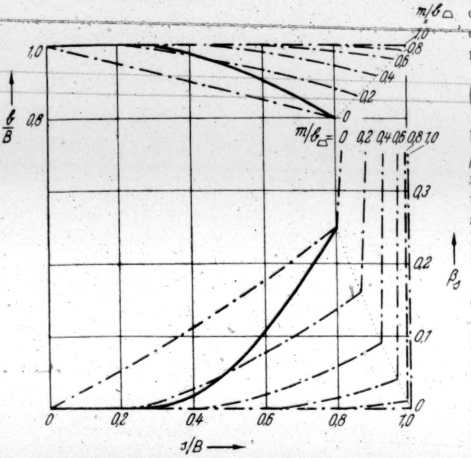


Fig. 4. Verlauf der relativen Zunahme β_s der photometrisch gemessenen gegenüber der wirklichen Breite (strichpunktierte untere Kurven) und des Verhältnisses s/b (strichpunktierte obere Kurven) dreieckiger abgestumpfter Linien, berechnet nach Gleichung (9a—c) und (11), sowie derselben Größen von Debye-Scherrer-Linien (untere und obere ausgezogene Kurven), berechnet nach Gleichung (18a—c), mit dem Verhältnis s/b. Die punktierte Linie verbindet die Punkte, für welche $s = b$ ist.

dann in die entsprechenden Beziehungen der Gleichung (2a) bzw. (5) über.

Bei rechteckigen Linien mit $m/b = 1$ ist $B = s$ für $s > b$ (Abschnitt a). Für wirklich abgestumpfte dreieckige Linien mit $m/b < 1$ ist, wie man sich leicht überzeugt, B nahezu gleich der Summe aus s und $\beta_s^b \cdot b$, wo β_s^b der Wert von β_s für $s = b$ ist. Nach Gleichung (9a) wird:

$$\beta^b_{s\triangle} = \frac{1}{4}\left(1 - \frac{m}{b_\triangle}\right)^2. \qquad (10)$$

Damit ergibt sich unter Berücksichtigung von Gleichung (9c):

$$\left.\begin{aligned} \beta_{s\triangle} &= \beta^b_{s\triangle} + \frac{s}{b_\triangle} - 1 = \frac{\beta^b_{s\triangle}}{1 - s/B_\triangle} - 1 \\ &\text{für } s \geq b_\triangle . \end{aligned}\right\} \qquad (11)$$

In Fig. 4 sind die Anfangsteile der Kurven ($\beta_{s\triangle}$, $s/B_\triangle$) für $s > b$ mit eingezeichnet.

Im Gegensatz zu den rechteckigen Linien mit $m/b = 1$ gehört bei den wirklich abgestumpften dreieckigen Linien mit $m/b < 1$ zu jedem Wert von B ein eindeutig bestimmter Wert von b, so daß b grundsätzlich in allen Fällen aus B berechnet werden könnte. Praktisch besteht jedoch diese Möglichkeit für $s \geq b$ nicht mehr, denn der mögliche relative Fehler von b, der sich nach Gleichung (11) zu

$$\left(\frac{\triangle b}{b}\right)_\triangle = \frac{1 + \beta_{s\triangle}}{\beta^b_{s\triangle}}\left(\frac{\triangle B}{B}\right)_\triangle \quad \text{für } s \geq b_\triangle \qquad (12)$$

berechnet, wird schon im günstigsten Falle $\beta_s^b = 0{,}25$ (dreieckige Linien) und $s = b$ fünfmal so groß wie der relative Meßfehler von B und steigt mit kleiner werdendem β_s^b rasch an, ist also im allgemeinen unzulässig groß. Für $s \leq b$ ist der relative Fehler von b praktisch gleich dem relativen Meßfehler von B.

Damit man mit Sicherheit angeben kann, ob bei gegebenem s in Wirklichkeit $b > s$ ist, darf der erhaltene Mittelwert von B nicht kleiner sein als der Wert $B_{\min}$, der mindestens um den mittleren Meßfehler $s \cdot (\triangle B/B)_s$ für $B \sim s$ größer sein muß als der nach Gleichung (9a) und (9c) zu berechnende oder aus Fig. 4 zu entnehmende Wert von B, für den $b = s$ ist. Es wird also:

$$B_{\triangle\min} = s\left[1 + \beta^b_{s\triangle} + \left(\frac{\triangle B}{B}\right)_{s\triangle}\right]. \qquad (13a)$$

Damit ergibt sich die kleinste wirkliche Breite $b_{\min}$, die noch mit dem gleichen relativen Meßfehler wie B bestimmt werden kann, zu:

$$b_{\triangle\min} = s\left[1 + \left(\frac{\triangle B}{B}\right)_{s\triangle}\right]. \qquad (13b)$$

d) Debye-Scherrer-Linien (Fig. 5)

Wir zeigen nun, daß sich Debye-Scherrer-Linien mit Gaußscher Kurvenform, deren Photometerlinien nicht geschlossen berechnet werden können, in einfacher Weise auf dreieckige abgestumpfte Linien mit geeigneter Abflachung m zurückführen lassen. Die Möglichkeit hierzu ist dadurch gegeben, daß eine solche Linie mit der Gleichung

$$\zeta = \bar{\zeta} e^{-\ln 2 \cdot \left(\frac{2\xi^*}{b}\right)^2} \qquad (14a)$$

in der Umgebung ihres Maximums und in der Umgebung ihrer Halbwertshöhe, wo sie einen Wendepunkt besitzt, erst in zweiter Ordnung in (ξ^*/b) bzw. $(\xi^* - b/2)/b$ vom geradlinigen Verlauf abweicht. Diese Umgebungen werden, solange die Spaltbreite s nicht größer ist als ihre Ausdehnung, beim Photometrieren ähnlich abgebildet und bestimmen unabhängig von der übrigen Kurvenform allein die Meßbreite. Das bedeutet aber, daß diese Breite gleich der Meßbreite einer dreieckigen abgestumpften Linie ist, wenn deren Neigung $d\eta_\triangle/d\xi$ mit der Kurvenneigung

$$\frac{d\zeta}{d\xi^*}\,(\xi^* = -b/2) = 2\ln 2\,\frac{\bar{\zeta}}{b} \qquad (14b)$$

in der Halbwertshöhe, und ihre größte Intensität $\overline{\eta}_\triangle$ mit der größten Linienintensität $\overline{\zeta}$ übereinstimmen. Betrachten wir wie bisher neben der abgestumpften Linie die dreieckige Linie mit der Breite $b_\triangle$, die sich durch geradlinige Verlängerung der Seitenteile der ersteren ergibt, so gilt, wie man aus Fig. 3 unmittelbar abliest:

$$\frac{d\eta_\triangle}{d\xi} = \frac{\overline{\eta}_\triangle - \overline{\eta}_\triangle}{m/2}. \tag{15}$$

Daraus erhält man unter den angegebenen Bedingungen mit Gleichung (6) und (14b):

$$\frac{m}{b} = \frac{m}{b_\triangle} = \frac{\ln 2 - {}^1/_2}{\ln 2} = 0{,}28. \tag{16}$$

Dieses Ergebnis besagt nach Gleichung (9b) insbesondere, daß die photometrisch gemessene Breite B einer Debye-Scherrer-Linie mit ihrer wirklichen Breite b übereinstimmt, wenn die Photometerspaltbreite $s \leq 0{,}28\,B$ ist.

Wir prüfen nun dieses Ergebnis durch unmittelbare Bestimmung von B nach und untersuchen zugleich, inwieweit die Breite B von der Meßbreite $B_\triangle$ einer dreieckigen abgestumpften Linie mit gleicher wirklicher Breite $b_\triangle = b$ und $m/b_\triangle = 0{,}28$ für größere Werte von s abweicht. Die photometrierte Intensität einer Linie mit Gaußscher Kurvenform ist gegeben durch:

$$y = \int_{\xi^0 - s/2}^{\xi^0 + s/2} \zeta(t)\,dt\,. \tag{17}$$

Mit Hilfe der bekannten, z. B. bei Jahnke-Emde[10]) angegebenen Werte des Fehlerintegrals $\Phi(\xi^*) = 2/\sqrt{\pi} \cdot \int_0^{\xi^0} e^{-t^2} dt$ können die Photometerkurven punktweise berechnet werden. Ihr Verlauf für verschiedene Werte von s/b ist in Fig. 5 gezeichnet. Die sich ergebende relative Zunahme β_s von B gegenüber b als Funktion von s/B ist in Fig. 4 dick ausgezogen eingetragen. Der Wert von $s/B = s/b$ am Einmündungspunkt dieser Kurve in die Abszissenachse gibt nach Gleichung (9a) den Wert von m/b an, der in der Tat mit dem berechneten Wert der Gleichung (16) übereinstimmt. Für größere Werte von s nimmt β_s mit s/B rascher zu als $\beta_{s\triangle}$ nach Gleichung (9a) für eine dreieckige abgestumpfte Linie mit $m/b_\triangle = 0{,}28$. Das ist zu erwarten, da dann der Photometerspalt neben einem der erwähnten Gebiete mit nahezu geradlinigem Verlauf der Gaußschen Kurve weitere Teile mit nichtgeradlinigem Verlauf überdeckt, die, wie man leicht erkennt, zu einer Zunahme von B gegenüber der Meßbreite $B_\triangle$ der angenäherten dreieckigen abgestumpften Linie führen. Zur Berechnung der wirklichen Breite b einer Debye-Scherrer-Linie aus ihrer Meßbreite B müssen wir also die numerisch ermittelte Kurve von Fig. 4 zugrunde legen.

10) E. Jahnke und E. Emde, Funktionentafeln, B. G. Teubner, Leipzig und Berlin 1933.

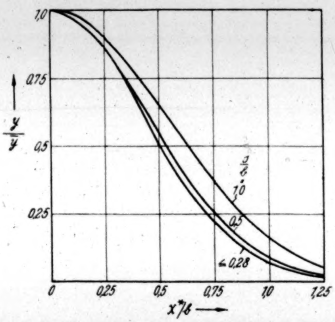


Fig. 5. Photometerlinien von Debye-Scherrer-Linien gleicher Breite b der verschiedenen Photometerspaltbreiten s.

Ihre Ordinaten sind oberhalb $s/b = 0{,}28$ für gleiche Werte von s/b mit ganz geringen, praktisch zu vernachlässigenden Abweichungen $\beta_s = 2\,\beta_{s\triangle}$. Die Kurve ist also mit den erhaltenen Zahlwerten nach den Gleichungen (9a—c) bestimmt durch die Gleichungen:

$$\beta_s \begin{cases} = \dfrac{s}{2\,b}\left(1 - \dfrac{0{,}28}{s/b}\right)^2 & \text{für } \dfrac{s}{b} \geq 0{,}28 \quad (18\text{a}) \\ = 0 & \phantom{\text{für }} \dfrac{s}{b} \leq 0{,}28 \quad (18\text{b}) \end{cases}$$

$$\frac{s}{B} = \frac{s/b}{1 + \beta_s} \tag{18c}$$

und die kleinste Meßbreite und die mit dem gleichen relativen Meßfehler wie B bestimmbare wirkliche Breite b bei gegebenem s betragen entsprechend den Gleichungen (13a—b):

$$\left.\begin{aligned} B_{\min} &= s\left[1{,}25 + \left(\frac{\triangle B}{B}\right)_s\right] \\ b_{\min} &= s\left[1 + \left(\frac{\triangle B}{B}\right)_s\right]. \end{aligned}\right\} \tag{19}$$

4. Berechnung des Photoelektroneneinflusses

a) Wirkung der Photoelektronen

Die Wirkung der von einem Punkt des Films ausgehenden Photoelektronen kann mit einer für unsere Zwecke ausreichenden Genauigkeit durch eine bis zu einer bestimmten Reichweite l sich erstreckende zusätzliche gleichmäßige Filmschwärzung in Rechnung gesetzt werden.

Die in einem Punkt vorhandene Zunahme $\delta\eta$ der Intensität η der Grundlinie ist daher proportional zu der von dem Kreis mit dem Halbmesser l um diesen Punkt erfaßten Gesamtintensität.

b) Reichweite der Photoelektronen

Die zahlreichen Reichweitemessungen[11]) haben übereinstimmend ergeben, daß diese mit geringen Abweichungen proportional zur vierten Potenz der Anfangsgeschwindigkeit v der Elektronen und umgekehrt proportional zur Dichte ϱ des durchsetzten Materials ist (Whiddingtonsches Gesetz). Da nun die Elektronengeschwindigkeit v nach dem lichtelektrischen Gesetz proportional zu der Wurzel aus der Frequenz der auslösenden Röntgenstrahlen und letztere selbst proportional zur Röhrenspannung V ist, so folgt:

$$l = \text{const}\,\frac{v^4}{\varrho} = \text{Const}\,\frac{V^2}{\varrho}\,.$$

Nach Wilson[12]) ist für Luft unter Normalbedingungen $\text{Const}/\varrho = 1/21^2$, wenn V in Kilovolt eingesetzt wird, also wird:

$$l = 2{,}95 \cdot 10^{-5}\,\frac{V^2}{\varrho}\ \text{mm}\ (V \text{ in } KV \text{ einzusetzen}) \qquad (20)$$

Für die aus $AgBr$ bestehende Filmschicht ist $\varrho = 6{,}33$, also:

$$\left.\begin{aligned} l_{AgBr} &= 4{,}66 \cdot 10^{-6}\, V^2\ \text{mm} \\ &(V \text{ in } KV \text{ einzusetzen}). \end{aligned}\right\} \qquad (21\,\text{a})$$

In Tabelle 1 sind die Werte von l_{AgBr} für die wichtigsten in Frage kommenden Wellenlängen λ und die ihnen nach

$$V = \frac{12{,}345}{\lambda}\ KV\ (\lambda \text{ in Å einzusetzen}) \qquad (21\,\text{b})$$

entsprechenden Spannungen[13]) zusammengestellt.

Tabelle 1

Reichweite l der im Film ausgelösten Photoelektronen für verschiedene Wellenlängen λ und Spannungen V der auslösenden Röntgenstrahlung, berechnet nach den Gleichungen (21a) und (21b)

Antikathodenmaterial	*Cr*	*Fe*	*Co*	*Cu*	*Mo*	*Ag*				*W*
λK_α in mm	2,29	1,93	1,79	1,54	0,71	0,56				0,21
V in KV.........	5,4	6,38	6,91	8,02	17,4	22,0	40	45	50	58,5
l_{AgBr} in mm	$\frac{0{,}13}{1000}$	$\frac{0{,}19}{1000}$	$\frac{0{,}22}{1000}$	$\frac{0{,}3}{1000}$	$\frac{1{,}41}{1000}$	$\frac{2{,}26}{1000}$	$\frac{7{,}5}{1000}$	$\frac{9{,}4}{1000}$	$\frac{1{,}16}{100}$	$\frac{1{,}6}{100}$

Wir berechnen nun die durch die Photoelektronen hervorgerufene Intensitätszunahme $\delta\eta$ und die relative Zunahme $\beta_l = (b_l - b)/b$ [vgl. Gleichung (1)] der Linienbreite für die verschiedenen Linienformen.

c) Rechteckige Linien (Fig. 6 und 7)

Nach den Ausführungen in Abschnitt a ist:

$$\frac{\delta\eta_\square(\xi)}{\overline{\eta}_\square} \begin{cases} = \text{const}\left[2\displaystyle\int_0^{l+\xi}\sqrt{l^2-(t-\xi)^2}\,dt\right] & \text{für } -l \leqq \xi \leqq b-l \qquad (22\,\text{a}) \\[2ex] = \dfrac{\delta\eta_\square(\xi = l)}{\overline{\eta}_\square} & \text{für } \quad l \leqq \xi \leqq b-l \qquad (22\,\text{b}) \end{cases}$$

Die Integration liefert:

$$\frac{\delta\eta_\square}{\overline{\eta}_\square} = \text{const}\,l^2\left[\frac{\pi}{2} + \arcsin\frac{\xi}{l} + \frac{\xi}{l}\sqrt{1-(\xi/l)^2}\right] \quad \text{für } -l \leqq \xi \leqq b-l \qquad (23\,\text{a})$$

Daraus ergibt sich insbesondere:

$$\frac{\delta\eta_{0\square}}{\overline{\eta}_\square} = \frac{\delta\eta_\square(\xi = 0)}{\overline{\eta}_\square} = \frac{\text{const}\,l^2\pi}{2} \quad \text{für } b \geqq l \qquad (23\,\text{b})$$

$$\frac{\delta\overline{\eta}_\square}{\overline{\eta}_\square} = \frac{\delta\eta_\square(\xi = b/2)}{\overline{\eta}_\square} = \frac{\text{const}\,l^2}{\pi} \quad \text{für } b \geqq 2l \qquad (23\,\text{c})$$

11) Siehe z. B. den Bericht von Chr. Gerthsen und W. Kossel in Müller-Pouillet, Lehrbuch der Physik, Bd. IV, 3, Fr. Vieweg & Sohn, Braunschweig 1933.
12) C. T. R. Wilson, Proc. Roy. Soc. London (A) **104**, 1, 1923.
13) R. Glocker, Materialprüfung mit Röntgenstrahlen, J. Springer, Berlin 1936.

In Fig. 6 ist der Verlauf von $\delta\eta$ mit ξ für $b = 4l$ gezeichnet. $\delta\eta$ nimmt von dem Wert Null für $\xi = -l$ zunächst langsam, dann rascher und nahezu linear auf den Wert $\delta\eta_0$ für $\xi = 0$ und dann spiegelsymmetrisch zu diesem Punkt auf seinen größten Wert $\delta\bar{\eta} = 2\delta\eta_0$ bei $\xi = l$ zu.

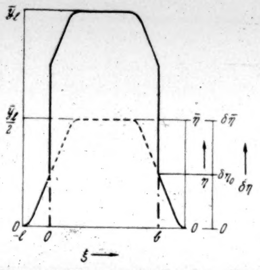


Fig. 6. Photoelektronenanteil $\delta\eta$ (gestrichelte Kurve) einer rechteckigen Linie (strichpunktiert) und die sich damit ergebende Gesamtlinie (ausgezogen).

Von da an bleibt $\delta\eta$ bis $\xi = b - l$ konstant und nimmt dann in gleicher Weise auf Null ab, wie vorher zu.

Die in Fig. 6 gezeichnete Form der durch die Photoelektronen beeinflußten Linie, deren Ordinaten wir mit $\eta_l = \eta + \delta\eta$ bezeichnen, wird, wie wir in Abschnitt 6b zeigen werden, durch die Erfahrung bestätigt. Durch Vergleich mit den Versuchsergebnissen ergibt sich:

$$\frac{\delta\eta_{0\square}}{\bar{\eta}_{l\square}} = \frac{1}{4} \quad \text{für } l = \frac{7}{1000}\,\text{mm}. \tag{24a}$$

Darauf folgt nach Gleichung (23b):

$$\left.\begin{aligned} \frac{\delta\eta_{0\square}}{\bar{\eta}} &= \frac{1}{2} \\ \text{const}\, l^2 &= \frac{1}{\pi} \quad \text{für } l = \frac{7}{1000}\,\text{mm}. \end{aligned}\right\} \tag{24b}$$

Wir benutzen als Bezugsgröße für l den Wert

$$l_0 = \frac{1}{1000}\,\text{mm} \tag{25a}$$

und erhalten damit:

$$\text{const}\, l_0^2 = \frac{2\pi}{100} \tag{25b}$$

sowie nach den Gleichungen (23b) und (23c):

$$\frac{\delta\eta_{0\square}}{\bar{\eta}_\square} = \frac{1}{100}\left(\frac{l}{l_0}\right)^2 \quad \text{für } b_\square \geqq l \tag{26a}$$

$$\frac{\delta\bar{\eta}_\square}{\bar{\eta}} = \frac{2}{100}\left(\frac{l}{l_0}\right)^2 \quad \text{für } b_\square \geqq 2l \tag{26b}$$

Für $\xi \geqq b - l$ bleibt das Integral der Gleichung (22a) bestehen, nur tritt an Stelle der oberen Grenze $l + \xi$ die obere Grenze b. Die Integration liefert unter Berücksichtigung von Gleichung (25b):

$$\frac{\delta\eta_\square}{\bar{\eta}_\square} = \frac{2}{100\pi}\left(\frac{l}{l_0}\right)^2\left[\arcsin\frac{b-\xi}{l} + \arcsin\frac{\xi}{l} + \frac{b-\xi}{l}\sqrt{1-\left(\frac{b-\xi}{l}\right)^2} + \frac{\xi}{l}\sqrt{1-\left(\frac{\xi}{l}\right)^2}\right] \tag{27a}$$

$$\text{für } b - l \leqq \xi \leqq b/2.$$

Daraus ergibt sich insbesondere:

$$\frac{\delta\eta_{0\square}}{\bar{\eta}_\square} = \frac{2}{100\pi}\left(\frac{l}{l_0}\right)^2\left[\arcsin\frac{b}{l} + \frac{b}{l}\sqrt{1-\left(\frac{b}{l}\right)^2}\right] \quad \text{für } b \leqq l \tag{27b}$$

$$\frac{\delta\bar{\eta}_\square}{\bar{\eta}_\square} = \frac{4}{100\pi}\left(\frac{l}{l_0}\right)^2\left[\arcsin\frac{b}{2l} + \frac{b}{2l}\sqrt{1-\left(\frac{b}{2l}\right)^2}\right] \quad \text{für } b \leqq 2l \tag{27c}$$

Der Verlauf von $\left(\frac{l_0}{l}\right)^2\frac{\delta\eta_0}{\bar{\eta}}$ und $\left(\frac{l_0}{l}\right)^2\frac{\delta\bar{\eta}}{\bar{\eta}}$ mit b/l für $b \leqq l$ und l/b für $b \geqq l$ ist in Fig. 7 gezeichnet. Unterhalb $b \sim 0{,}5\,l$ stimmen $\delta\eta_0$ und $\delta\bar{\eta}$ nahezu überein und nehmen mit b/l linear auf Null ab. Durch Entwickeln von Gleichung (27b) und Gleichung (27c) erhält man in diesem Gebiet bis auf Glieder höherer als zweiter Ordnung in b/l:

$$\left.\begin{aligned} \frac{\delta\eta_{0\square}}{\bar{\eta}_\square} = \frac{\delta\bar{\eta}_\square}{\bar{\eta}_\square} &= \frac{4}{100\pi}\left(\frac{l}{l_0}\right)^2\frac{b_\square}{l} \\ \text{für } b_\square &\lesssim 0{,}5\,l \end{aligned}\right\} \tag{27d}$$

Wie man aus Fig. 6 unmittelbar ersieht, ist die Breite b_l der durch die Photoelektronen be-

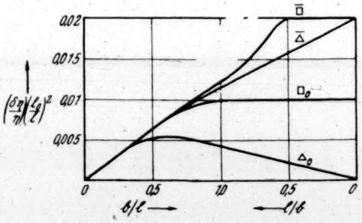


Fig. 7. Verlauf der relativen zusätzlichen Photoelektronenintensität $\delta\eta_0/\bar{\eta}$ (bei $x = 0$) und $\delta\bar{\eta}/\bar{\eta}$ (größter Wert) mit b/l für $b \leqq l$ und l/b für $b \geqq l$ von rechteckigen (Kurven $\square_0$ und $\bar{\square}$) und dreieckigen (Kurven Δ_0 und $\bar{\Delta}$) Linien, berechnet nach Gleichung (26a—b), (27a—d), (31a—c) und (32a—c).

einflußten Linien gleich der Breite b der Grundlinien, solange die halbe größte Intensität $\overline{\eta}_l/2 = (\overline{\eta} + \delta\overline{\eta})/2$ mindestens gleich $\delta\eta_0$ ist, denn dann wird die Breite noch in den zur Ordinatenachse parallelen Seitenteilen gemessen, im andern Falle dagegen schon in den von den Photoelektronen herrührenden Seitenteilen mit der Gleichung $\eta_l = \delta\eta$, wo sie größer ist als b. Obige Bedingung ist nach Fig. 7 für $b \geqq 2l$ stets, für $b < 2l$ für $l \leqq l^*$ erfüllt, wo l^* der obere Grenzwert ist, für den noch $\overline{\eta} + \delta\overline{\eta} = 2\delta\eta_0$ ist. Es ist also:

$$\beta_{l\square} = 0 \quad \text{für} \quad \left.\begin{array}{l} b_\square \geqq 2l \\ b_\square < 2l \text{ und } l \leqq l^*_\square \end{array}\right\} \qquad (28)$$

Für $b \lesssim 0{,}5l$ ist nach Gleichung (27d):

$$l^*_\square = \frac{5\sqrt{\pi}}{\sqrt{b_\square/l}}\, l_0 \geqq \frac{1{,}25}{100}\ \text{mm} \quad \text{für } b_\square \leqq 0{,}5l. \qquad (29)$$

1,25/100 mm ist überhaupt der kleinste Wert von $\beta^*_\square$, das von $b = 0{,}5l$ an mit b/l dauernd zunimmt und mit Annäherung an $b = 2l$ über alle Grenzen wächst. Nach Tabelle 1 ist für die Strahlenhärte bei Debye-Scherrer-Aufnahmen (höchstens $AgK\alpha$-Strahlung) l stets wesentlich kleiner als l^*, also Gleichung (28) gültig. Wir untersuchen daher den Fall $l > l^*$ nicht weiter.

d) Dreieckige Linien (Fig. 7 und 8)

Die Rechnung verläuft grundsätzlich in derselben Weise wie bei rechteckigen Linien, sie ist nur etwas umständlicher, da η nach Gleichung (3a) jetzt von der Integrationsvariabeln abhängt. Das allgemeine Integral lautet nunmehr

$$\delta\eta_\Delta(\xi) = \text{const} \int 2\,\eta_\Delta \sqrt{l^2 - (t-\xi)^2}\,dt = \frac{\text{const}\,\overline{\eta}_\Delta}{b_\Delta} \int 2\,t \sqrt{l^2 - (t-\xi)^2}\,dt. \qquad (30\text{a})$$

Für $\xi \leqq b - l$ ist die untere Grenze $t = 0$, die obere Grenze $t = b - l$. Unter Berücksichtigung von Gleichung (25b) wird dann:

$$\frac{\delta\eta_\Delta}{\overline{\eta}_\Delta} = \frac{2}{100\pi}\frac{(l/l_0)^2}{b_\Delta/l}\left[\frac{\pi}{2}\frac{\xi}{l} + \frac{\xi}{l}\arcsin\frac{\xi}{l} + \sqrt{1-(\xi/l)^2}\left(\frac{2}{3} + \frac{1}{3}\left(\frac{\xi}{l}\right)^2\right)\right] \quad \text{für} -l \leqq \xi \leqq b_\Delta - l. \qquad (30\text{b})$$

Daraus ergibt sich:

$$\frac{\delta\eta_{0\Delta}}{\overline{\eta}_\Delta} = \frac{4}{300\pi}\left(\frac{l}{l_0}\right)^2 \frac{1}{b_\Delta/l} \quad \text{für } b_\Delta \geqq l. \qquad (31\text{a})$$

Für $\xi \geqq b - l$ muß man die Integration einerseits zwischen den Grenzen $t = 0$ und $t = b$ und andererseits zwischen den Grenzen $t = b$ und $t = \xi + l$ für $\xi \leqq 2b - l$ bzw. $t = 2b$ für $\xi \geqq 2b - l$, innerhalb deren η abnimmt, getrennt ausführen. Man erhält dann für $\xi = 0$:

$$\frac{\delta\eta_{0\Delta}}{\overline{\eta}_\Delta} = \frac{4}{300\pi}\frac{(l/l_0)^2}{b_\Delta/l}\left[1 + \frac{3b_\Delta}{l}\left(\frac{\pi}{2} - \arcsin\frac{b_\Delta}{l}\right) - \sqrt{1 - \left(\frac{b_\Delta}{l}\right)^2}\left(2 + \left(\frac{b_\Delta}{l}\right)^2\right)\right] \quad \text{für } \frac{l}{2} \leqq b_\Delta \leqq l \qquad (31\text{b})$$

$$\frac{\delta\eta_{0\Delta}}{\overline{\eta}_\Delta} = \frac{4}{300\pi}\frac{(l/l_0)^2}{b_\Delta/l}\left[1 + \frac{3b_\Delta}{l}\left(\arcsin\frac{2b_\Delta}{l} - \arcsin\frac{b_\Delta}{l}\right) - \left(2 + \left(\frac{b_\Delta}{l}\right)^2\right)\sqrt{1-(b_\Delta/l)^2} + \left(1 + \frac{1}{2}\left(\frac{2b_\Delta}{l}\right)^2\right)\sqrt{1-(2b_\Delta/l)^2}\right] \quad \text{für } b_\Delta \leqq l/2 \qquad (31\text{c})$$

Der größte Wert $\delta\overline{\eta}$ von $\delta\eta$ ist gleich dem doppelten Wert des Intregrals der Gleichung (30a) mit den Grenzen $t = b - l$ und $t = b$ für $b \geqq l$ bzw. $t = 0$ und $t = b$ für $b \leqq l$:

$$\frac{\delta\overline{\eta}_\Delta}{\overline{\eta}_\Delta} = \frac{2}{100}\left(\frac{l}{l_0}\right)^2\left[1 - \frac{4}{3\pi}\frac{1}{b_\Delta/l}\right] \quad \text{für } b_\Delta \geqq l \qquad (32\text{a})$$

$$\frac{\delta\overline{\eta}_\Delta}{\overline{\eta}_\Delta} = \frac{4}{300\pi}\frac{(l/l_0)^2}{b_\Delta/l}\left[\frac{3b_\Delta}{l}\arcsin\frac{b_\Delta}{l} + \left(2 + \left(\frac{b_\Delta}{l}\right)^2\right)\sqrt{1-(b_\Delta/l)^2} - 2\right] \quad \text{für } b_\Delta \leqq l. \qquad (32\text{b})$$

Der Verlauf von $(l/l_0)^2\delta\eta_0/\overline{\eta}$ und $(l/l_0)^2\delta\overline{\eta}/\overline{\eta}$ mit b/l nach den Gleichungen (31a—c) und den Gleichungen (32a—b) ist in Fig. 7 gezeichnet. Für $b \lesssim l/4$ stimmen die Werte von $\delta\eta_0/\overline{\eta}$ und $\delta\overline{\eta}/\overline{\eta}$ für dreieckige Linien unter sich, als auch mit denen für rechteckige Linien nahezu überein, wie man unmittelbar daran erkennt, daß sich durch Entwicklung von Gleichung (31c) und Gleichung (32b) nach b/l bis auf Glieder höherer als zweiter Ordnung in b/l die Beziehung [Gleichung (27d)] ergibt:

$$\frac{\delta\eta_{0\Delta}}{\overline{\eta}_\Delta} = \frac{\delta\overline{\eta}_\Delta}{\overline{\eta}_\Delta} = \frac{4}{100\pi}\left(\frac{l}{l_0}\right)^2\frac{b_\Delta}{l} \quad \text{für } b_\Delta \lesssim l/4. \qquad (32\text{c})$$

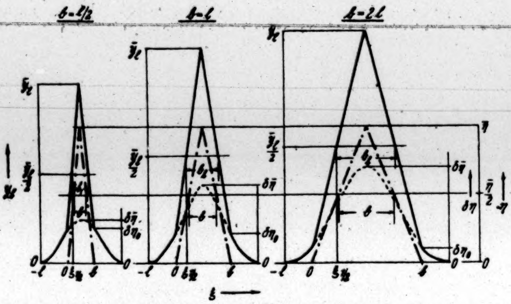


Fig. 8. Photoelektronenanteil $\delta\eta$ (gestrichelte Kurven) von dreieckigen Linien verschiedener Breite (strichpunktiert) bei gleicher Elektronenreichweite l sowie die sich damit ergebenden Gesamtlinien (ausgezogen).

In Fig. 8 sind für drei Werte von b/l die Linien gezeichnet, die sich aus den Grundlinien durch Überlagerung des Photoelektroneneinflusses ergeben. Man erkennt, daß ihre Breite b_l größer ist als die Breite b der Grundlinien. Zur Berechnung von b_l können wir mit hinreichender Näherung die zusätzlich verbreiterten Linien auch als dreieckig ansehen, d. h. $\delta\eta/\bar{\eta}$ zwischen $\xi = 0$ und $\xi = b$ als linear veränderlich annehmen. Die Gleichung des linken Astes einer Linie lautet dann:

$$\left.\begin{aligned} \eta_{l\Delta} &= \bar{\eta}_\Delta + \delta\bar{\eta}_\Delta \\ &= \frac{\bar{\eta}_\Delta + \delta\bar{\eta}_\Delta - \delta\eta_{0\Delta}}{b_\Delta}\,\xi + \delta\eta_{0\Delta}. \end{aligned}\right\} \qquad (33\,\mathrm{a})$$

Daraus ergibt sich:

$$\xi_{1/2} = \xi_{\left(\eta_{l\Delta} = \frac{\bar{\eta}_{l\Delta}}{2}\right)} = \frac{\bar{\eta}_\Delta + \delta\bar{\eta}_\Delta - 2\,\delta\eta_{0\Delta}}{\bar{\eta}_\Delta + \delta\bar{\eta}_\Delta - \delta\eta_{0\Delta}} \qquad (33\,\mathrm{b})$$

und mit $b_l = 2\,(b - \xi_{1/2})$:

$$\beta_{l\Delta} = \frac{\delta\eta_{0\Delta}/\bar{\eta}_\Delta}{1 + \dfrac{\delta\bar{\eta}_\Delta - \delta\eta_{0\Delta}}{\bar{\eta}_\Delta}} \quad \text{für} \quad \begin{array}{l} b \geqq l \\ b < l \text{ und } l \leqq l^*. \end{array} \qquad (34\,\mathrm{a})$$

Auf die Zusatzbedingung $l < l^*$ kommen wir gleich zu sprechen. Für $b \lesssim l/4$ ist $\delta\eta_0 = \delta\bar{\eta}$, also:

$$\beta_{l\Delta} = \frac{\delta\eta_{0\Delta}}{\bar{\eta}_\Delta} \qquad \text{für } b_\Delta \lesssim \frac{l}{4} \text{ und } l \leqq l^* \qquad (34\,\mathrm{b})$$

und für $b \gg l$ wird $\delta\bar{\eta} \ll \delta\eta$, somit:

$$\beta l_\Delta = \frac{\delta\eta_{0\Delta}/\bar{\eta}_\Delta}{1 + \delta\bar{\eta}_\Delta/\bar{\eta}_\Delta} < \frac{\delta\eta_{\sigma\Delta}}{\bar{\eta}_\Delta} \quad \text{für } b_\Delta \gg l. \qquad (34\,\mathrm{c})$$

β_l hat also qualitativ denselben Verlauf mit b/l wie $\delta\eta_0/\bar{\eta}$ (siehe Fig. 7).

Die Berechnung von β_l in der geschilderten Weise ist nur zulässig, wenn die halbe größte Intensität $\bar{\eta}_l/2 = (\bar{\eta} + \delta\bar{\eta})/2$ mindestens gleich $\delta\eta_0$ ist, denn dann wird die Breite in dem oberen dreieckigen Teil einer Linie gemessen (vgl. Fig. 8), im andern Falle dagegen in den unteren von den Photoelektronen herrührenden Teilen mit der Gleichung $\eta_l = \delta\eta_0$ (vgl. die ähnlichen Verhältnisse bei rechteckigen Linien in Abschnitt c). Obige Bedingung ist nach Fig. 7 für $b \geqq l$ stets, für $b < l$ für $l \leqq l^*$ erfüllt, wo l^* der obere Grenzwert ist, für den noch $\bar{\eta} + \delta\bar{\eta} = 2\,\delta\eta_0$ gilt. Für $b \leqq l/4$ ist nach Gleichung (32c):

$$l^*_\Delta = \frac{5\sqrt{\pi}}{\sqrt{b_\Delta/l}}\, l_0 \geqq \frac{1{,}75}{100}\,\mathrm{mm} \quad \text{für } b_\Delta \leqq \frac{l}{4}. \qquad (35)$$

Wie bei rechteckigen Linien (Abschnitt c) ist unter den üblichen Bedingungen auch bei dreieckigen Linien stets $l \ll l^*$, so daß wir auch hier die Verhältnisse bei $l > l^*$ nicht weiter untersuchen.

e) Dreieckige abgestumpfte Linien (Fig. 9)

Die umständliche unmittelbare Berechnung von b_l in der bisherigen Weise läßt sich umgehen, da man den Photoelektroneneinfluß dreieckiger abgestumpfter Linien auf den dreieckiger Linien zurückführen kann.

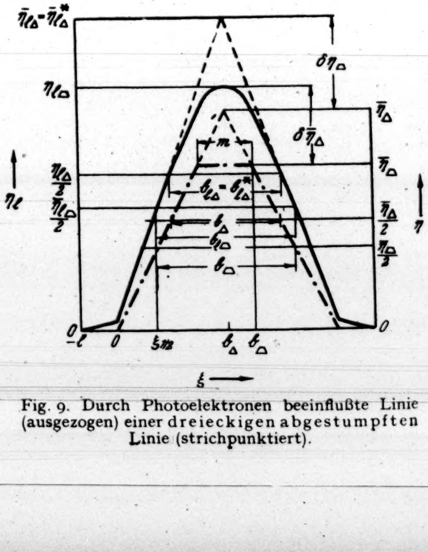


Fig. 9. Durch Photoelektronen beeinflußte Linie (ausgezogen) einer dreieckigen abgestumpften Linie (strichpunktiert).

Wir betrachten neben einer Grundlinie $\eta = \eta_{\square}$ mit der Breite $b_{\square}$ und der durch die Photoelektronen beeinflußten Linie $\eta = \eta_{l\square}$ mit der Breite $b_{l\square}$ die dreieckigen Linien $\eta = \eta_{\triangle}$ mit der Breite $b_{\triangle}$ (wie bisher) und $\eta = \eta_{l\triangle}^{*}$ mit der Breite $b_{l\triangle}^{*}$, die durch Verlängerung ihrer Seitenteile aus ihnen hervorgehen, sowie die dreieckige Linie $\eta = \eta_{l\triangle}$ mit der Breite $b_{l\triangle}$ (wie bisher), welche sich aus der Linie $\eta = \eta_{\triangle}$ infolge des Photoelektroneneinflusses ergibt.

Für $2l \leqq b_{\square} - m$, d. h. $b_{\square} \geqq 2l + m$ hat die Linie $\eta = \eta_{l\square}$, wie man unmittelbar aus Fig. 9 erkennt, bis $\xi = b_{\square} - m - l \geqq (b_{\square} - m)/2$ denselben Verlauf wie die Linie $\eta = \eta_{l\triangle}$. Da nun die Breite $b_{l\square} \geqq b_{\square}$ in dem Gebiet $\xi \leqq (b_{\square} - m)/2$ gemessen wird, so ist deshalb die Linie $\eta = \eta_{l\triangle}^{*}$ in dem für die Breitenmessung maßgebenden Bereich mit der Linie $\eta = \eta_{l\triangle}$ identisch[14]), d. h. es gilt:

$$\bar\eta_{l\triangle}^{*} = \bar\eta_{l\triangle} = \bar\eta_{\triangle} + \delta\bar\eta_{l\triangle}\,; \quad b_{l\triangle}^{*} = b_{l\triangle}\,. \tag{36a}$$

Zusammen mit den aus Gleichung (6) folgenden Beziehungen:

$$b_{\square} = b_{\triangle}\left(2 - \frac{\bar\eta_{\square}}{\bar\eta_{\triangle}}\right); \quad b_{l\square} = b_{l\triangle}^{*}\left(2 - \frac{\bar\eta_{l\square}}{\bar\eta_{l\triangle}^{*}}\right) \tag{36b}$$

ergibt Gleichung (36a):

$$\beta_{l\square} = \beta_{l\triangle} - (\beta_{l\triangle} + 1)\,\frac{\bar\eta_{\square}/\bar\eta_{\triangle}}{2 - \bar\eta_{\square}/\bar\eta_{\triangle}}\left(\frac{\delta\bar\eta_l}{\bar\eta_l}\right)_{\square\triangle}$$

oder wenn man nach Gleichung (6) $\bar\eta_{\square}/\bar\eta_{\triangle}$ wieder als Funktion von $m/b_{\square}$ ausdrückt:

$$\beta_{l\square} = \beta_{l\triangle} - (\beta_{l\triangle} + 1)\left(1 - \frac{m}{b_{\square}}\right)\left(\frac{\delta\bar\eta_l}{\bar\eta_l}\right)_{\square\triangle} \leqq \beta_{l\triangle} \quad \text{für } b_{\square} \geqq 2l + m \tag{37a}$$

mit

$$\left(\frac{\delta\bar\eta_l}{\bar\eta_l}\right)_{\square\triangle} = \frac{\delta\bar\eta_{l\square}/\bar\eta_{l\triangle} - \delta\bar\eta_{l\triangle}/\bar\eta_{l\triangle}}{1 + \delta\bar\eta_{l\triangle}/\bar\eta_{l\triangle}} \geqq 0\,. \tag{37b}$$

Dabei ist, wie man aus Fig. 9 unmittelbar abliest,

$$\left(\frac{\delta\bar\eta_{l\square}}{\bar\eta_{l\square}}\right) \begin{cases} = \left(\dfrac{\delta\bar\eta_{l\square}}{\bar\eta_{l\square}}\right)(b_{\square} \geqq 2l) & \text{für } l \leqq m/2 \quad (38\text{a}) \\[2ex] = \dfrac{\bar\eta_{l\triangle}}{\bar\eta_{l\square}}\left(\dfrac{\delta\bar\eta_{l\triangle}}{\bar\eta_{l\triangle}}\right) - \dfrac{\bar\eta_{l\triangle} - \bar\eta_{l\square}}{\bar\eta_{l\square}}\left(\dfrac{\delta\bar\eta_{l\triangle}}{\bar\eta_{l\triangle}}\right)\left(b_{\triangle} = \dfrac{m}{2}\right) & \text{für } l \geqq m/2 \quad (38\text{b}) \end{cases}$$

Nach Gleichung (6) wird:

$$\left(\frac{\delta\bar\eta_l}{\bar\eta_l}\right)_{\square\triangle} = \frac{m/2\,b_{\square}}{1 - m/b_{\square}} \cdot \frac{\left(\dfrac{\delta\bar\eta_{l\triangle}}{\bar\eta_{l\triangle}}\right) - \left(\dfrac{\delta\bar\eta_{l\triangle}}{\bar\eta_{l\triangle}}\right)_{\left(b_{\triangle} = \frac{m}{2}\right)}}{1 - \left(\dfrac{\delta\bar\eta_{l\triangle}}{\bar\eta_{l\triangle}}\right)} \quad \text{für } l \geqq m/2\,. \tag{38c}$$

Für $l = m/2$ geht, wie es sein muß, Gleichung (38b) nach Gleichung (26b) und Gleichung (32a) in Gleichung (38a) über. Wenn nichts anderes angegeben ist, so ist in $(\delta\bar\eta_{l\triangle}/\bar\eta_{l\triangle})$ nach Gleichung (6)

$$b_{\triangle} = b_{\square}\left(1 - \frac{m}{2\,b_{\square}}\right) \tag{38d}$$

zu setzen.

Für $b_{\square} < 2l + m$ stimmen die Linien $\eta = \eta_{l\triangle}$ und $\eta = \eta_{l\triangle}^{*}$ nicht mehr überein. $\beta_{l\square}$ läßt sich jedoch auch in diesem Gebiet für $b_{\triangle} \leqq l/4$, d. h. $b_{\square} \leqq (l + 2m)/4$ auf $\beta_{l\triangle}$ zurückführen, da dann nach Gleichung (27d) und Gleichung (32c) $\delta\eta_{l0} = \delta\bar\eta$ für alle Linienformen proportional zur Gesamtintensität $b\bar\eta$ einer Linie sind. Es ist also:

$$\left(\frac{\delta\bar\eta_{l\square}}{\bar\eta_{\square}}\right) = \frac{b_{\square}}{b_{\triangle}}\left(\frac{\delta\bar\eta_{l\triangle}}{\bar\eta_{\triangle}}\right) \quad \text{für } b_{\square} \leqq \frac{l + 2m}{4} \tag{39}$$

Wegen $\delta\eta_{l\square} = \delta\bar\eta_{l\square}$ gilt:

$$\eta_{l\square} = \frac{\bar\eta_{l\triangle}}{b_{\triangle}}\,\xi + \delta\bar\eta_{l\square}\,.$$

Damit ergibt sich:

$$\xi_{1/2} = \xi_{(\eta = \eta_{l\square}/2)} = \frac{\bar\eta_{\square} - \delta\bar\eta_{l\square}}{\bar\eta_{l\triangle}}\,\frac{b_{\triangle}}{2}$$

und nach den Gleichungen (34b), (36b) und (39) wird mit $b_{l\square} = 2(b_{\triangle} - \xi_{1/2})$:

$$\left.\begin{aligned} \beta_{l\square} = \frac{\bar\eta_{\square}}{\bar\eta_{\triangle}}\,\beta_{l\triangle} = \frac{1 - m/b_{\square}}{1 - m/2\,b_{\square}}\,\beta_{l\triangle} \leqq \beta_{\triangle} \\ \text{für } b_{\square} \leqq \frac{l + 2m}{4} \end{aligned}\right\} \tag{40}$$

---

14) Für $\xi > b_{\square} - m - l$ weicht nach Fig. 9 die Linie $\eta = \eta_{l\square}$ von der dreieckigen abgestumpften Linie ab. Unter den genannten Bedingungen ist diese Abweichung für die Messung von $b_{l\square}$ ohne Bedeutung

Für $(l+2m)/4 \leqq b_{\square} \leqq 2l+m$ wird der Verlauf von $\beta_{l\square}$ am einfachsten und mit hinreichender Genauigkeit durch graphische Interpolation ermittelt.

Man sieht aus den Gleichungen (37a) und (40), daß $\beta_{l\square}$ für $m \neq 0$ stets kleiner ist als $\beta_{l\Delta}$ und qualitativ beide Größen denselben Verlauf mit b/l haben. Für $m=0$ wird $\beta_{l\square} = \beta_{l\Delta}$.

f) Debye-Scherrer-Linien

β_l ergibt sich für diese Linien, wenn man in den für dreieckige abgestumpfte Linien erhaltenen Beziehungen nach Gleichung (16) den Wert $m/b_{\square} = 0{,}28$ einsetzt. Aus den Gleichungen (37a), (38a), (38c) und (40) erhält man dann:

$$\beta_l = \beta_{l\Delta} - 0{,}72\,(\beta_{l\Delta}+1)\left(\frac{\delta\overline{\eta}}{\overline{\eta}}\right)_{\square\Delta} \quad \text{für } b = b_{\square} \geqq 2{,}8\,l \qquad (41\,a)$$

$$\beta_l = 0{,}84\,\beta_{l\Delta} \quad \text{für } b = b_{\square} \leqq 0{,}27\,l \qquad (41\,b)$$

$$\left(\frac{\delta\overline{\eta}}{\overline{\eta}}\right)_{\square\Delta} = \frac{\left(\frac{\delta\overline{\eta}_{\square}}{\overline{\eta}_{\square}}\right)_{(b_{\square}\geqq 2l)} - \left(\frac{\delta\overline{\eta}_{\Delta}}{\overline{\eta}_{\Delta}}\right)}{1+(\delta\overline{\eta}_{\Delta}/\overline{\eta}_{\Delta})} \quad \text{für } b \doteq b_{\square} \geqq 7{,}1\,l \qquad (41\,c)$$

$$\left(\frac{\delta\overline{\eta}}{\overline{\eta}}\right)_{\square\Delta} = 0{,}2\,\frac{\left(\frac{\delta\overline{\eta}_{\Delta}}{\overline{\eta}_{\Delta}}\right) - \left(\frac{\delta\overline{\eta}_{\Delta}}{\overline{\eta}_{\Delta}}\right)_{(b_{\Delta}=0{,}14\,b)}}{1+(\delta\overline{\eta}_{\Delta}/\overline{\eta}_{\Delta})} \quad \text{für } b \doteq b_{\square} \leqq 7{,}1\,l \qquad (41\,d)$$

Dabei ist, wenn nichts anderes angegeben, in $(\delta\overline{\eta}_{\Delta}/\overline{\eta}_{\Delta})$ nach Gleichung (38d) zu setzen:

$$b_{\Delta} = 0{,}86\,b\,. \qquad (41\,e)$$

Die Aufgabe besteht nun darin, aus obigen Beziehungen b bei gegebenen b_l und l zu berechnen. Ihre Lösung erfolgt in der Weise, daß man unter Benutzung der in den Abschnitten c und d erhaltenen Ergebnisse für rechteckige und dreieckige Linien zunächst β_l als Funktion von b, dann mit Hilfe der aus Gleichung (1b) folgenden Beziehung

$$b_l = b\,(1+\beta_l) \qquad (41\,f)$$

zu jedem Wert von b den zugehörigen Wert von b_l berechnet und die Funktion $b = b(b_l)$ aufzeichnet.

Unter normalen Bedingungen bei Debye-Scherrer-Aufnahmen ist der Unterschied zwischen b_l und b so gering, daß er praktisch vernachlässigt werden kann. Für die schon harte $AgK\alpha$-Strahlung ist nach Tabelle 1 und Gleichung (25a) $(l/l_0)^2 = 5$, also selbst im ungünstigsten Fall $b/l = {}^1/_2$, d. h. $b = {}^{1,1}/_{1000}$ mm, nach Fig. 7 und Gleichung (41b) $\beta_l \sim 0{,}8\,\beta_{l\Delta} = 0{,}02$, d. h. b_l nur um etwa 2 Proz. größer als b. Das ist im allgemeinen weniger als der mittlere Meßfehler bei so schmalen Linien beträgt. Eine wesentliche Korrektur einer photometrisch ermittelten Breite ist also nur durch den Einfluß einer mit der ihr vergleichbaren Photometerspaltbreite zu erwarten, dessen Berechnung wir uns jetzt zuwenden.

5. Berechnung des gemeinsamen Einflusses von Photoelektronen, Blendenbreite und Photometerspaltbreite.[15])

a) Rechteckige Linien (Fig. 10)

Bei rechteckigen Linien bewirken nach Abschnitt c des vorhergehenden Punktes die Photoelektronen allein keine zusätzliche Verbreitung. Beim Photometrieren einer durch die Photoelektronen beeinflußten Linie wird jedoch, im Gegensatz zu einer Grundlinie, die gemessene Breite B_l größer als die wirkliche Breite b, da der Photometerspalt im Breitenmeßbereich der Linie im allgemeinen noch die Bereiche zusätzlicher Photoelektronenschwärzung erfaßt.

Die Berechnung von B_l erfolgt am besten in der Weise, daß man für $\xi > 0$ den Photoelektronenanteil $\delta\eta$ zerlegt in den konstanten Anteil $\delta\overline{\eta}$ und den veränderlichen Anteil $\delta\eta_1 = \delta\eta - \delta\overline{\eta}$ und dann die Beiträge y_1 von $\overline{\eta} + \delta\overline{\eta}$ und δy_{12} von $\delta\eta_1 + \delta\eta_2$ ($\delta\eta_2 = \delta\eta$ für $\xi < 0$) zur Photometerlinie einzeln berechnet. y_1 verläuft in der für die Breitenmessung maßgebenden Umgebung von $x = 0$ geradlinig:

$$y_1 = \left(\frac{s}{2} + x\right)(\overline{\eta}_{\square} + \delta\overline{\eta}_{\square}) \qquad (42\,a)$$

und besitzt den größten Wert

$$\overline{y}_1 = s\,(\overline{\eta}_{\square} + \delta\overline{\eta}_{\square}) \qquad (42\,b)$$

15) Da ein Einfluß der Blendenbreite praktisch nur bei Debye-Scherrer-Linien in Frage kommt, so sehen wir in Abschnitt a von ihm ab.

$\delta\eta_1$ und $\delta\eta_2$ können wir mit hinreichender Näherung als linear veränderlich ansehen und unter Berücksichtigung von $\delta\bar{\eta} = 2\delta\eta_0$ für $b \geqq 2l$ (vgl. Fig. 7) setzen:

$$\delta\eta_1 \begin{cases} = \left(-1 + \frac{2\xi}{b_\square}\right)(\delta\bar{\eta}_\square - \delta\eta_{0\square}) & \text{für } 0 \leqq \xi \leqq \frac{b_\square}{2} \leqq l \quad (43\text{a}) \\ = \left(-1 + \frac{\xi}{l}\right)\delta\eta_{0\square} & \text{für } 0 \leqq \xi \leqq l \leqq \frac{b_\square}{2} \quad (43\text{b}) \end{cases}$$

$$\delta\eta_2 = \left(1 + \frac{\xi}{l}\right)\delta\eta_{0\square} \qquad \text{für } -l \leqq \xi \leqq 0\,. \tag{43c}$$

Für

$$\delta y_{12} = \left(\frac{s}{2} + x\right)\delta\eta_{1\square\left(\xi = \frac{1}{2}\left(\frac{s}{2}+x\right)\right)} + \left(\frac{s}{2} - x\right)\delta\eta_{2\square\left(\xi = -\frac{1}{2}\left(\frac{s}{2}-x\right)\right)}$$

ergibt sich damit in der Umgebung von $x = 0$:

$$\delta y_{12} \begin{cases} = -x\left(1 - \frac{s}{2b_\square}\right)\frac{\delta\bar{\eta}_\square}{2} + s\left(1 - \frac{s}{8l} - \frac{s}{4b_\square}\right)\delta\eta_{0\square} & \text{für } s \leqq b_\square \leqq 2l \quad (44\text{a}) \\ = x\left(\frac{s}{l} - 2\right)\delta\eta_{0\square} & \text{für } s \leqq 2l \leqq b_\square \quad (44\text{b}) \\ = 0 & \text{für } 2l \leqq s \geqq b_\square \quad (44\text{c}) \end{cases}$$

Dabei haben wir das in Gleichung (44a) noch auftretende quadratische Glied neben den andern Gliedern vernachlässigt.

Der Beitrag von $\delta\eta_1$ zum größten Wert von y ist:

$$\delta\bar{y}_1 \begin{cases} = s\,\delta\eta_{1\left(\xi = \frac{1}{2}\left(b_\square - \frac{s}{2}\right)\right)} = -\frac{s^2}{4b_\square}(\delta\bar{\eta}_\square - \delta\eta_{0\square}) & \text{für } s \leqq b_\square \leqq 2l \quad (45\text{a}) \\ = 2\left(l - \frac{1}{2}(b_\square - s)\right)\delta\eta_{1\left(\xi = l - \frac{1}{2}\left(l - \frac{1}{2}(b_\square - s)\right)\right)} = \left(b_\square - s - l - \frac{(b_\square - s)^2}{4l}\right)\delta\eta_{0\square} & \text{für } 0 \leqq b_\square - 2l \leqq s \leqq l \quad (45\text{b}) \\ = 0 & \text{für } 0 \leqq s \leqq b_\square - 2l\,. \quad (45\text{c}) \end{cases}$$

Insgesamt ist in der Umgebung von $x = 0$:

$$y = y_1 + \delta y_{12} \tag{46a}$$

und der größte Wert von y beträgt:

$$\bar{y} = \bar{y}_1 + \delta\bar{y}_1 \tag{46b}$$

Aus obigen Beziehungen ergibt sich zunächst $x_{1/2} = x(y = \bar{y}/2)$ und daraus mit $B_l = b - 2x_{1/2}$:

$$\beta_{ls\square} \begin{cases} = \frac{s}{b_\square}\,\frac{\left(\frac{s}{b_\square} - 1\right)\left(\frac{\delta\bar{\eta}}{\bar{\eta}}\right)_\square - 2\left(\frac{s}{2b} + \frac{s}{8l} - 1\right)\left(\frac{\delta\eta_0}{\bar{\eta}}\right)_\square}{1 + \frac{s}{b_\square}\left(\frac{\delta\bar{\eta}}{\bar{\eta}}\right)_\square + \left(\frac{s}{2l} - \frac{s}{b_\square}\right)\left(\frac{\delta\bar{\eta}}{\bar{\eta}}\right)_\square} & \text{für } s \leqq b_\square \leqq 2l \quad (47\text{a}) \\ = \frac{\frac{l}{b_\square} + \frac{s}{b_\square} - 1 + \frac{b_\square}{4l}\left(1 - \frac{s}{b_\square}\right)^2}{1 + \frac{s}{2l}\left(\frac{\delta\bar{\eta}}{\bar{\eta}}\right)_\square}\left(\frac{\delta\eta_0}{\bar{\eta}}\right)_\square & \text{für } 0 \leqq b_\square - 2l \leqq s \leqq 2l \quad (47\text{b}) \\ = \frac{\frac{l}{b_\square} + \frac{s}{b_\square} - 1 + \frac{b_\square}{4l}\left(1 - \frac{s}{b_\square}\right)^2}{1 + \left(\frac{\delta\bar{\eta}}{\bar{\eta}}\right)_\square}\left(\frac{\delta\eta_0}{\bar{\eta}}\right)_\square & \text{für } 0 \leqq b_\square - s \leqq b_\square - 2l \leqq s \quad (47\text{c}) \\ = 0 & \text{für } 0 \leqq s \leqq b_\square - 2l \quad (47\text{d}) \end{cases}$$

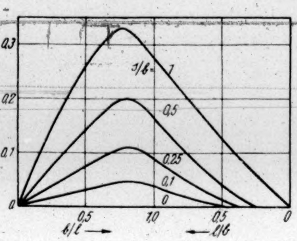


Fig. 10. Verlauf der relativen Zunahme β_{ls} der photometrisch gemessenen gegenüber der wirklichen Breite rechteckiger, durch Photoelektronen beeinflußter Linien mit b/l für $b \leq l$ und l/b für $b \geq l$ für verschiedene Werte von s/b bei einer Elektronenreichweite von $l = {}^7/_{1000}$ mm, berechnet nach Gleichung (47a—d).

Damit kann β_s unter Benutzung der für $(\delta \eta_0/\overline{\eta})$ und $(\delta\overline{\eta}/\overline{\eta})$ in Abschnitt c des vorhergehenden Punktes erhaltenen Beziehungen als Funktion von s/b und l berechnet werden. Der Verlauf von β_s mit b/l für $b \leq l$ und l/b für $b \geq l$ für $l = {}^7/_{1000}$ mm und verschiedene Werte von s/b ist in Fig. 10 gezeichnet.

b) Dreieckige, dreieckige abgestumpfte und Debye-Scherrer-Linien

Da durch den Photoelektronen- und Blendereinfluß die Form dieser Linien nicht verändert wird, so ergibt sich die Breite b_{lD} (vgl. Punkt 2) einer zusätzlich verbreiterten Linie aus ihrer Meßbreite B_{lD} in gleicher Weise wie die wahre Breite b einer Grundlinie aus ihrer Meßbreite B. Die Formeln der Abschnitte 3b—d bleiben also bestehen, es ist lediglich b durch b_{lD} und B durch B_{lD} zu ersetzen. Für Debye-Scherrer-Linien erhält man damit nach den Gleichungen (18a—c):

$$\beta_{lDs} = \frac{s}{2\,b_{lD}}\left(1 - \frac{0{,}28}{s/b_{lD}}\right)^2 \quad \text{für } s/b_{lD} \geq 0{,}28 \qquad (48\,\text{a})$$

$$= 0 \qquad \leq 0{,}28 \qquad (48\,\text{b})$$

$$\frac{s}{B_{lD}} = \frac{s/b_{lD}}{1 + \beta_{lDs}}. \qquad (48\,\text{c})$$

Der Verlauf der Funktionen $\beta = \beta_{lDs}(s/B_{lD})$ und $b/B = b_{lD}/B_{lD}\,(s/B_{lD})$ ist in Fig. 4 ausgezogen gezeichnet.

Aus b_{lD} ergibt sich b_l nach A. Kochendörfer und U. Dehlinger[1]) zu:

$$b_l = \frac{b_{lD}}{2}\left(1 + \sqrt{1 - \frac{D}{b_{lD}}}\right) \quad \text{für } b_{lD} > D. \qquad (49)$$

Für $b_{lD} = D$ ist $b_l \leq b_{lD}/2$ und b_l kann nicht mehr bestimmt werden (vgl. die gleichen Verhältnisse bei dem Einfluß der Photometerspaltbreite auf rechteckige Linien in Abschnitt 3a).

Arbeitet man mit fokussierender Aufnahmeanordnung (vgl. Punkt 1), so kann b selbst aus b_l unmittelbar nach Abschnitt 4f berechnet werden. Im anderen Falle erhält man auf diese Weise zunächst eine Breite b_r, welche den Einfluß der Präparatgröße r noch enthält, aus der dann für kreiszylindrische Präparate unter der Annahme praktisch vollständiger bzw. verschwindender Absorption b zu berechnen ist[16]).

Damit ist die Aufgabe, bei gegebenen Werten von s, D, und l und gegebenenfalls r, die wahre Breite b einer Debye-Scherrer-Linie aus ihrer photometrisch bestimmten Breite B_{lD} zu ermitteln, gelöst.

6. Experimentelle Anordnung und Ergebnisse

a) Herstellung rechteckiger Linien mit bekannter wahrer Breite

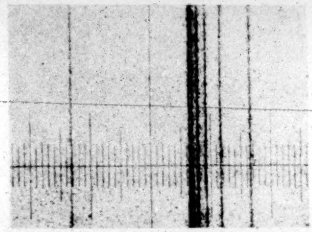
Die Herstellung der Linien erfolgte in der Weise, daß ein Film unmittelbar an einen genauen verstellbaren optischen Spalt, auf dessen Backen zwei 1 mm dicke Bleiplatten befestigt waren, angelegt wurde. Eine Kontrollaufnahme ergab, daß bei geschlossenem Spalt keine Röntgenstrahlen mehr durchgelassen wurden. Auf der Meßschraube des Spaltes mit einer ${}^2/_{100}$ mm-Teilung konnte eine Zunahme der Spaltöffnung um ${}^5/_{1000}$ mm auf $\pm\,{}^1/_{1000}$ mm genau abgelesen werden. Aufgenommen wurden Linien mit ${}^{1/2}/$-, ${}^1/$-, ${}^2/$-, ${}^4/$-, ${}^6/$- und ${}^{10}/_{100}$ mm Breite. Bei jeder Breite wurden neben mehreren Linien im Abstand von 1 mm eine Liniengruppe aufgenommen, deren Linien um zunehmende Abstände, beginnend bei ${}^1/_{100}$ mm voneinander getrennt waren. Fig. 11 zeigt als Beispiele die mikroskopischen Vergrößerungen der Aufnahmen bei ${}^{1/2}/_{100}$ und ${}^2/_{100}$ mm Linienbreite. Die beiden Linien von ${}^2/_{100}$ mm Breite, deren Mittelpunkte um die Linienbreite gegeneinander verschoben sind, bilden, wie es sein muß, eine einzige Linie von ${}^4/_{100}$ mm Breite. Die Trennung der Linien bei einer um ein ${}^1/_{100}$ mm größeren Verschiebung als ihre Breite beträgt, ist deutlich zu erkennen.

Als Aufnahmematerial diente doppelseitig begossener Agfa-Sinofilm. Die Belichtung erfolgte so, daß die Schwärzung stets kleiner als 1

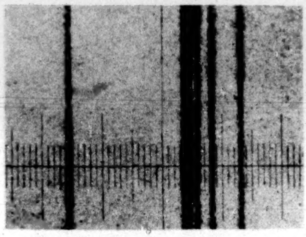
16) R. Brill, zum Teil mit H. Pelzer, Zeitschr. f. Kristallogr. **72**, 398, 1929; **74**, 147, 1930; **75**, 217, 1930. Über die Bedeutung des Präparateinflusses bei kleiner wahrer Breite vgl. die Schlußbemerkungen in Abschnitt 6c.

blieb und daher proportional zur auftreffenden Strahlenintensität war. Entwickelt wurde 6 Minuten in einer 1 : 5 verdünnten Hauff-Hydrochinonlösung bei 18° C.

Die Betriebsspannung der Röhre mit *Cu*-Antikathode betrug 45—46 kV. Um eine möglichst homogene Strahlung zu erzielen und gleichzeitig die Belichtungszeiten in die Größe



$b = {}^{5}/_{1000}$ mm



$b = {}^{2}/_{100}$ mm

Fig. 11. Mikroskopische Vergrößerungen je einer Einzellinie und einer Liniengruppe von rechteckigen Linien mit einer wahren Breite von $b = {}^{5}/_{1000}$ mm und ${}^{2}/_{100}$ mm bei einer wirksamen Röhrenspannung von 39 kV bzw. einer Elektronenreichweite von ${}^{7}/_{1000}$ mm. Die gegenseitige Verschiebung der Mittelpunkte zweier benachbarter Linien einer Gruppe beträgt von links nach rechts: ${}^{1}/_{100}$, ${}^{2}/_{100}$, ${}^{3}/_{100}$, ${}^{5}/_{100}$ und ${}^{1}/_{10}$ mm für $b = {}^{5}/_{100}$ mm und ${}^{2}/_{100}$, ${}^{3}/_{100}$, ${}^{5}/_{100}$ und ${}^{1}/_{10}$ mm für $b = {}^{2}/_{100}$ mm. Ein Teilstrichabstand des Maßstabes entspricht ${}^{2}/_{100}$ mm wirklicher Größe.

einiger Sekunden zu bringen, wurde eine ${}^{3,6}/_{10}$ mm dicke *Fe*-Absorptionsfolie in den Strahlengang gebracht. Unter Benutzung der bei Glocker[13]) angegebenen Werte des Schwächungskoeffizienten von Eisen und der spektralen Intensitätsverteilung des Bremsspektrums ergibt sich, daß die so gefilterte Strahlung ein gut ausgeprägtes Intensitätsmaximum bei 0,325 Å hatte (die Grenzwellenlänge, bei welcher die Strahlenintensität Null ist, beträgt 0,27 Å). Dieser Wellenlänge entspricht nach Gleichung (21b) eine Spannung von 39 kV, und es kommt ihr nach Gleichung (21a) eine Reichweite der Photoelektronen von ${}^{7}/_{1000}$ mm zu.

b) Meßergebnisse, Vergleich mit den theoretischen Ergebnissen

Die Linien wurden mit einem Zeissschen Mikrophotometer je mit einer Spaltbreite von ${}^{2}/_{1000}$ mm und ${}^{1}/_{100}$ mm bei 1 mm Spaltlänge ausphotometriert. Die angewandten Übersetzungsverhältnisse sind in Tabelle 2 angegeben. Da der Ausschlag des Elektrometerfadens nicht proportional zu der vom Photometerspalt erfaßten Linienintensität war, so wurde die Halbwertshöhe unter Benutzung einer vorhandenen Schwärzungskurve ermittelt.

Fig. 12 zeigt einige der erhaltenen Photometerkurven. Die Linien zeigen alle die nach Fig. 1 und 6 zu erwartende Form: Bei der kleinen Spaltgröße $s = {}^{2}/_{1000}$ mm tritt ihre Abflachung schon bei einer Breite $b = {}^{5}/_{1000}$ mm merklich in Erscheinung und ist bei $b = {}^{2}/_{100}$ mm sehr gut ausgebildet. Sie wäre in allen Fällen ohne Photoelektroneneinfluß noch ausgeprägter. Bei $s = {}^{1}/_{100}$ mm tritt sie erst bei $b = {}^{6}/_{100}$ mm deutlich in Erscheinung, da jetzt der Photometerspalt noch Zonen veränderlicher Photoelektronenintensität an Stellen erfaßt, an denen er sich bei $s = {}^{2}/_{1000}$ mm bereits im Gebiet konstanter Intensität befindet. Diese Linienformen sind mit einer Photoelektronenreichweite von etwas weniger als ${}^{1}/_{100}$ mm in Einklang.

Bei allen Aufnahmen zeigt sich die bekannte Tatsache, daß zwei benachbarte Linien mit dem Auge besser getrennt erscheinen, als sie es nach der Photometerkurve in Wirklichkeit sind. Bemerkenswert sind die geringen Schleierschwankungen bei $s = {}^{2}/_{1000}$ mm.

Mit den in Fig. 12 angegebenen Schwärzungswerten der Linie mit $b = {}^{1}/_{10}$ mm bei $s = {}^{1}/_{100}$ mm ergibt sich für $\delta\eta_{00}/\overline{\eta}_0$ der Wert Gleichung (24a).

In Tabelle 2 sind die gemessenen sowie die nach Gleichung (1) mit den Werten von β_l, aus Fig. 10 berechneten Werte von B_l zusammengestellt. Man sieht, daß sie sehr gut miteinander übereinstimmen, mit Ausnahme von $b = {}^{2}/_{100}$ mm bei $s = {}^{1}/_{100}$ mm, wo sie außerhalb der Meßfehler voneinander abweichen. Da diese Unstimmigkeit bei den schmäleren Linien, wo sie eher zu erwarten wäre, nicht auftritt, so darf ein zufälliger nicht beachteter Fehler angenommen werden, vielleicht eine nicht genaue Parallelstellung von Linie und Photometerspalt[17]).

17) Wegen anderweitiger dringender Arbeiten konnten die genauen Ursachen der Unstimmigkeit nicht mehr festgestellt werden.

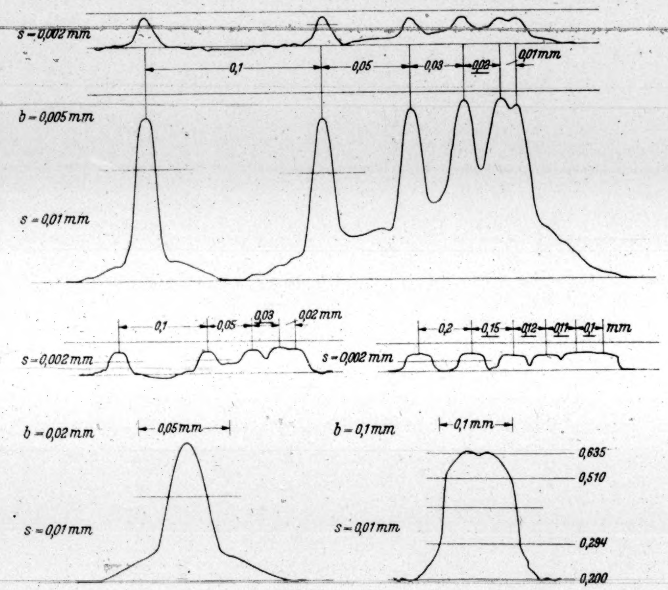


Fig. 12. Photometerlinien von rechteckigen, durch Photoelektronen beeinflußten Linien mit den angegebenen Werten der wahren Breite b und der Photometerspaltbreite s. Die unteren Geraden geben die Schleierschwärzung, die oberen bei $s = {}^2/_{1000}$ mm die unendlich große Schwärzung (praktisch $\gtrsim 2$) an, die kurzen Striche durch die Linien die Halbwertshöhen, die wegen des nichtproportionalen Ausschlags oberhalb der geometrischen Mitte der Linien liegen. Bei der Linie mit der Breite $b = {}^1/_{10}$ mm bei $s = {}^1/_{100}$ mm geben die angeschriebenen Zahlen die Schwärzungswerte an, die zur Berechnung von $\delta \eta_0/\eta$ dienen [vgl. Gleichung (24a)]. Die Entfernungsangaben der Linien sind die Sollwerte; diejenigen, mit denen die gemessenen Werte genau übereinstimmen, sind unterstrichen. Die benutzten Übersetzungsverhältnisse des Photometers sind aus Tabelle II zu entnehmen.

Tabelle 2

Gemessene und nach Gleichung (1) unter Benutzung der Werte von β_{ls} aus Fig. 10 berechnete Werte der photometrisch ermittelten Linienbreite B_l von rechteckigen Linien mit bekannter wahrer Breite b bei einer Photoelektronenreichweite von $l = {}^7/_{1000}$ mm

Wahre Breite b in mm		$\frac{5}{1000}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{2}{100}$	$\frac{4}{100}$	$\frac{6}{100}$	$\frac{1}{10}$	Photometerspaltbreite s in mm
Gemessene Breite B_l in mm	1)	3,0 ± 0,1 (× 500)	2,6 ± 0,1 (× 250)	5,0 ± 0,1 (× 250)	4,0 ± 0,1 (× 100)	6,0 ± 0,08 (× 100)	7,5 ± 0,05 (× 75)	
		$\frac{6}{1000}$	$\frac{1,04}{100}$	$\frac{2}{100}$	$\frac{4}{100}$	$\frac{6}{100}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{2}{1000}$
	1)	5,4 ± 0,2 (× 500)	6,0 ± 0,1 (× 500)	10,5 ± 0,1 (× 500)	10 ± 0,1 (× 250)	12 ± 0,05 (× 200)	20 ± 0,05 (× 200)	
		$\frac{1,08}{100}$	$\frac{1,2}{100}$	$\frac{2,1}{100}$	$\frac{4}{100}$	$\frac{6}{100}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$
Berechnete Breite B_l in mm		$\frac{5,8}{1000}$	$\frac{1,03}{100}$	$\frac{2}{100}$	$\frac{4}{100}$	$\frac{6}{100}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{2}{1000}$
		$\frac{1,1}{100}$	$\frac{1,18}{100}$	$\frac{2,03}{100}$	$\frac{4}{100}$	$\frac{6}{100}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$

1) In diesen Zeilen sind die bei den bezeichneten Übersetzungsverhältnissen des Photometers unmittelbar gemessenen Breiten angegeben.

c) Die kleinste innerhalb zulässiger Fehler bestimmbare Linienbreite

Obige Versuchsergebnisse zeigen, daß mit einem guten Photometer Linien mit einer wahren Breite von $^5/_{1000}$ mm mit einem Fehler von $\pm$ 5 Proz. noch sicher ausgemessen werden können. Dabei war die Empfindlichkeit des Photometers zwar groß, wurde aber nicht bis zur oberen Grenze ausgenutzt, bei welcher eine Zusatzspannung zur Vergrößerung des Ausschlags und besondere Vorsichtsmaßnahmen zur Vermeidung von Ausschlagsschwankungen erforderlich sind. Es wurde vielmehr Wert darauf gelegt, die unter normalen Arbeitsbedingungen bei einiger Sorgfalt erreichbaren Möglichkeiten festzustellen. Eine wesentlich kleinere Photometerspaltbreite als $^2/_{1000}$ mm gab keine brauchbaren Ausschläge mehr, die Breite dürfte daher eine untere Grenze unter normalen Bedingungen bilden.

Auf Grund der mit dieser Spaltbreite bei einer Linienbreite von $^5/_{1000}$ mm erhaltenen vorzüglichen Photometerkurven besteht kein Zweifel, daß auch noch Linien mit einer Breite von $^3/_{1000}$ mm Breite, deren wahre Breite nach Gleichung (19) noch mit dem gleichen relativen Fehler wie der Meßfehler bestimmt werden kann, mit dem bei $^5/_{1000}$ mm erhaltenen Meßfehler von $\pm$ 5 Proz. photometriert werden können. Damit eine Elimination des Einflusses der Blendengröße möglich ist, darf diese nicht größer als $^{2-2,5}/_{1000}$ mm sein. Solche Blenden lassen sich nach den bei den vorliegenden Untersuchungen gewonnenen Erfahrungen ohne größere Schwierigkeiten herstellen. Wir können daher zusammenfassend feststellen, daß die nach Punkt 1 zur genauen Ermittlung der Mosaikgröße von Kristallen erforderliche wahre Mindestbreite von Debye-Scherrer-Linien von etwa $^3/_{1000}$ mm bei Verwendung einer Photometerspaltbreite von $^2/_{1000}$ mm und einer Blendenbreite derselben Größe mit einem relativen Fehler von etwa $\pm$ 5 Proz. bestimmt werden kann. Dabei muß man notwendig mit fokussierender Aufnahmeanordnung arbeiten, da bei solch schmalen Linien der zu eliminierende Präparateinfluß im andern Falle ein Vielfaches der wahren Breite beträgt und letztere dann nicht mehr annähernd genau ermittelt werden kann. Eine Ausführung solcher Messungen ist im Gange.

7. Zusammenfassung

Neben Teilchenkleinheit und Gitterverzerrungen (verborgene elastische Spannungen), die die wahre Breite einer Linie bestimmen, wirken noch die Photometerspaltbreite, die Blenden- und Präparatbreite, sowie die im Film ausgelösten Photoelektronen verbreiternd. Zur Ermittlung der wahren Breite aus der Meßbreite müssen die Anteile dieser Faktoren in der genannten Reihenfolge nacheinander eliminiert werden. Die bisher noch fehlenden Berechnungen für die Photometerspaltbreite und die Photoelektronen werden durchgeführt. Der gesamte Gang der Berechnung der wahren Breite ist in Abschnitt 5b beschrieben.

Es werden rechteckige Linien mit bekannter wahrer Breite bei einer Spannung von 39 kV, die eine Elektronenreichweite von 0,007 mm ergibt, aufgenommen und mit verschiedenen Spaltbreiten photometriert. Die theoretischen Ergebnisse stimmen mit den Versuchsergebnissen überein. Die Messungen zeigen, daß mit einer Photometerspaltbreite von $^2/_{1000}$ mm und einer Blendenbreite von etwa derselben Größe noch eine wahre Breite von $^3/_{1000}$ mm mit einem relativen Fehler von $\pm$ 5 Proz. bestimmt werden kann. Damit ist unter anderen die Möglichkeit erwiesen, die Mosaikgröße unverformter Metalle genau messen zu können.

Stuttgart, Zweites physikalisches Institut der Technischen Hochschule und Kaiser-Wilhelm-Institut für Metallforschung.

(Eingegangen 19. Mai 1942)

Zur Definition des Molekulargewichtes, des Mol und der Loschmidtschen Zahl

Von Wilhelm H. Westphal

In einer kürzlich erschienenen Arbeit hat R. W. Pohl[1]) zur Definition der Loschmidtschen Zahl Stellung genommen. Seine Bemerkungen regen zu nützlichem Nachdenken, aber auch zu Widerspruch an. Er richtet sich vor allem gegen Pohls Definition des Molekulargewichts als eine reine Verhältniszahl und die sich daraus ergebenden Konsequenzen. Für zweckmäßiger halte ich die Definition

Molekulargewicht = Masse eines Moleküls,

gemäß Übereinkunft gemessen in einer den molekularen Massen gemäßen Einheit, deren Prototyp ungefähr die Masse eines Wasserstoffatoms, genauer $^1/_{16}$ der mittleren Masse eines Atoms des natürlichen Sauerstoffisotopengemisches O (chemische Skala) bzw. $^1/_{16}$ der Masse des Sauerstoffatoms ^{16}O (physikalische Skala) ist, welche sich um den Faktor 1,000275 unterscheiden. Unter Vernachlässigung dieses kleinen

1) R. W. Pohl, Physik. Zeitschr. **43**, 125, 1942.

Unterschiedes bezeichne ich hier diese Masseneinheit (in Anlehnung an die kernphysikalische Masseneinheit 1 TME) als 1 ME. Aus der experimentellen Feststellung, daß die Masse eines Sauerstoffatoms 16 (6,02 · 10^{23}) [g] beträgt, folgt

$$1\,[\mathrm{ME}] = (6{,}02 \cdot 10^{23})^{-1}\,[\mathrm{g}] = \frac{1}{L}\,[\mathrm{g}]\,.$$

Die Größe $L = 6{,}02 \cdot 10^{23}$, die Loschmidtsche Zahl, ist also im Sinne dieser Definition des Molekulargewichtes eine reine Zahl, nämlich das Umrechnungsverhältnis zwischen den Masseneinheiten 1 g und 1 ME. Das Molekulargewicht im Sinne Pohls ist in unserem Sinne lediglich die Maßzahl des Molekulargewichts und als solche natürlich eine reine Zahl, das Verhältnis Größe/Einheit.

Gewiß ist es üblich, Molekulargewichte als reine Zahlen auszusprechen, also einfach Molekulargewicht $= M$ zu sagen statt Molekulargewicht $= M$ [ME]. Das ist aber als eine meist harmlose Nachlässigkeit anzusehen. Sie entspricht genau der in der Atomphysik üblichen Ausdrucksweise, wo man oft sagt, ein Heliumatom habe die Masse 4 und die Ladung 2. Tatsächlich meint man die Maßzahlen (Massenzahl, Kernladungszahl) der in der Einheit 1 ME gemessenen Masse und der in der Einheit 1 Elementarquantum gemessenen Ladung. Das Molekulargewicht in unserem Sinne entspricht als Größe genau dem in der Kernphysik benutzten Massenwert, der auch eine Massenangabe ist. Sonst könnte man ja z. B. auch nicht ein Energieäquivalent der Massenwerteinheit berechnen.

1 Mol eines Stoffes bedeutet unbestritten eine bestimmte Menge desselben, die in der Praxis durch Wägung festgestellt wird. Ist M die Maßzahl eines Molekulargewichtes, so beträgt die Masse von 1 Mol definitionsgemäß

$$m_M = M\,[\mathrm{g}] = LM\,[\mathrm{ME}]\,.$$

Da M [ME] die Masse eines Moleküls ist, so ist m_M identisch mit der Masse von L Molekülen. 1 Mol enthält also stets L Moleküle. Historisch gesehen ist dies eine nachträgliche, aus der ursprünglichen Definition des Mols entspringende Erkenntnis. Rückschauend erkennt man aber, daß hierin überhaupt der ganze Sinn und Wert des Molbegriffes liegt, und daß man daher heute das Mol von dieser Seite her definieren sollte. Denn die Feststellung der Zahl der bei irgendeiner Reaktion beteiligten Mole bezweckt im Grunde nie etwas anderes als die Feststellung der Zahl der beteiligten Moleküle. Mit der Abwägung von 1 Mol eines Stoffes bezweckt der Chemiker tatsächlich stets die Abzählung einer bestimmten Zahl von Molekülen. (Man kann ja auch z. B. Geldstücke durch Abwägen zählen.) Man sollte daher heute 1 Mol definieren als diejenige Menge eines Stoffes, welche $L = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ Moleküle enthält, oder noch genauer als diejenige Menge, welche ebensoviele Moleküle enthält, wie sich Atome in 16 g Sauerstoff befinden.

Im Sinne dieser Auffassung tritt das Mol in eine vollkommene Analogie zu den Begriffen Paar, Dutzend, Schock, Gros usw. Es bezeichnet eine nicht etwa durch ihre Masse (oder gar ihr Gewicht) oder irgendeine andere physikalische Eigenschaft, sondern durch die Anzahl der in ihr anwesenden Individuen definierte Menge. Wie 1 Dutzend = 12 Stück, so ist 1 Mol = 6,02 · 10^{23} Stück, nämlich Moleküle. Man könnte grundsätzlich auch die Zahl der von sämtlichen Hühnern der Welt jährlich gelegten Eier in Mol angeben.

Was hier über das Molekulargewicht und das Mol gesagt ist, gilt natürlich entsprechend für das Atomgewicht und das Grammatom.

Wenn man sich auf den Boden unserer Auffassung stellt, so ist das Auftreten des Zusatzes „je Mol", „Mol^{-1}", in Einheitsbezeichnungen sehr oft falsch am Platze. (Ich gebe zu, daß ich gegen diese neu gewonnene Einsicht selbst des öfteren verstoßen habe.) Ein Vergleich mit dem Dutzend zeigt das ohne weiteres. Die Tatsache, daß etwa 1 Ei 0,10 RM kostet, kann ich unter Verwendung des Begriffs 1 Dutzend auf zwei Weisen ausdrücken:

„Die Eier kosten 1,20 RM je Dutzend (RM · $\mathrm{Dutzend}^{-1}$)", oder:
„Das Dutzend Eier kostet 1,20 RM."

Im ersten Fall wird erst bei der Angabe der Maßzahl gesagt, daß es sich um 1 Dutzend handelt; im zweiten Fall ist diese Angabe bereits auf der linken Seite vorweggenommen. Man kann nicht sagen: „Das Dutzend Eier kostet 1,20 RM je Dutzend." Das würde bedeuten, daß 144 Eier 1,20 RM kosten, ist also falsch. Ganz das gleiche gilt für das Mol. Die Faradaysche Konstante Le ist definiert als die Ladung eines Mols einwertiger Ionen. Ihre Angabe sollte also lauten $Le = 96521$ Coulomb, nicht Coulomb · Mol^{-1}. Noch deutlicher wird dies beim Molvolumen, das den Bezug auf 1 Mol bereits durch seinen Namen anzeigt. Die Angabe des normalen Molvolumens hat zu lauten 22420,7 cm^3, nicht $\mathrm{cm}^3 \cdot \mathrm{Mol}^{-1}$. Hingegen kann man sagen: Die idealen Gase (jede beliebige Menge derselben!) haben bei Normalbedingungen das Volumen 22420,7 $\mathrm{cm}^3 \cdot \mathrm{Mol}^{-1}$. Das entspricht genau der Angabe: Die Eier (jede beliebige Anzahl!) kosten 1,20 RM · $\mathrm{Dutzend}^{-1}$.

Die Zustandsgleichung der idealen Gase kann man auf verschiedene Weisen schreiben.

Es seien V und m Volumen und Masse einer beliebigen Gasmenge, $V_s = V/m$ ihr spezifisches Volumen, $V_M = V_s M$ ihr Molvolumen, $v = V_M/L$ der auf ein einziges Molekül entfallende Raumanteil. Dann ist[2])

a) $pV = m\frac{RT}{M}\,\underline{\text{erg}}$, b) $pV_s = \frac{RT}{M}\,\underline{\text{erg}\cdot\text{g}^{-1}}$,

c) $pV_m = RT\,\underline{\text{erg}}$, d) $pv = \frac{R}{L}T = kT\,\underline{\text{erg}}$

Die hier vertretene Auffassung entspricht bezüglich des Molbegriffs derjenigen, welche Pohl unter III. kritisiert. Er erhebt gegen sie u. a. folgende Einwände:

1. Zwischen Begriffen, wie dem Dutzend und dem Mol bestehe insofern ein grundlegender Unterschied, als das Dutzend durch die Zahl 12 vorweg definiert sei, während die Bestimmung der entsprechenden Zahl L beim Mol, der Loschmidtschen Zahl — experimentell gesehen also die genaue Ermittlung der Masse eines Sauerstoffatoms in [g] — eine wichtige experimentelle Aufgabe sei. Auch das ist richtig, aber es bedeutet keine Widerlegung unserer Auffassung. Es ist völlig korrekt, wenn man das Mol als eine Menge definiert welche so viele Individuen enthält, wie die — in der Natur doch exakt festgelegte — Zahl beträgt, welche das Verhältnis der Masseneinheit 1 g zu $^1/_{16}$ der Masse eines Sauerstoffatoms angibt. Das klingt nur kompliziert, ist es aber gar nicht. Bei der Genauigkeit, mit der wir diese Zahl heute bereits kennen, ist dagegen auch gar nichts einzuwenden.
2. Die Gleichung $Le = 96521$ Coulomb enthalte nach der hier vertretenen Auffassung nur eine Trivialität und umfasse nicht mehr die große experimentelle Entdeckung, die die Konstanz dieser Größe bedeutet. Das ist richtig. Nachdem wir von der Existenz des Elementarquantums wissen, ist diese Gleichung tatsächlich eine Trivialität. Sie verliert aber nichts von ihrer historischen Bedeutung, wenn man daran denkt, daß sie es war, die überhaupt erst zur Entdeckung des Elementarquantums geführt hat.
3. Der dritte Einwand, daß man dann zwischen zwei Gaskonstanten R unterscheiden müsse, die in den Einheiten 1 erg · Grad^{-1} bzw. 1 erg · Grad^{-1} Mol^{-1} gemessen werden müßten, ist — im Sinne unserer Auffassung — oben bereits widerlegt.

Der wesentliche — ich möchte sagen physikalisch-weltanschauliche — Unterschied zwischen Pohls Auffassung und der hier vertretenen liegt in der mehr oder minder konservativen Einstellung gegenüber der historischen Entwicklung. Pohls Einstellung ist ausgesprochen konservativ, getragen von einem tiefen Respekt vor den großen Leistungen der Vergangenheit. Mein Respekt ist nicht geringer. Ich glaube aber, daß man das historische Erbe nicht nur bewahren, sondern auch verwalten muß. Das bedeutet, daß man es mit dem Fortschritt der Forschung von Fall zu Fall neu ordnen und von den neu gewonnenen Standpunkten aus oft auch anders sehen muß, als es die Mitwelt sehen konnte. Es unterstreicht nur die Bedeutung der Leistung, die in der Einführung des Molbegriffs bestand, wenn man sich klarmacht, daß wir dadurch gelehrt wurden, die Moleküle zu zählen.

Berlin, im Mai 1942.

(Eingegangen 26. Mai 1942)

2) Zusatz bei der Korrektur. Ich werde darauf aufmerksam gemacht, daß in den Gleichungen (a) und (b) bei Zugrundelegung der hier vertretenen Auffassung ein Schönheitsfehler stecke, weil die in ihnen auftretenden mechanischen Größen im CGS-System zu messen seien, wogegen die für M anzuwendende Masseneinheit 1 ME dem CGS-System nicht angehört. Das ist wahr. Die Schwierigkeit ist aber nicht so ernst, wenn man bedenkt, daß das Verhältnis $R/M = Lk/(L\mu)$ (μ Masse eines Moleküls in Gramm) nur das mit der Zahl L erweiterte Verhältnis k/μ ist, in dem das CGS-System anzuwenden ist.

BESPRECHUNGEN

Sämtliche in diesem Heft besprochenen oder vom Verlag angezeigten Bücher sind in allen deutschen Buchhandlungen zu erhalten

Richard Doerfling, Mathematik für Ingenieure und Techniker. Ein Lehrbuch. Gr.-8°. 533 S. Mit 290 Figuren. München und Berlin 1940. R. Oldenbourg. Geb. RM 9,60.

Das Buch soll nach einer Bemerkung aus dem Vorwort an diejenigen sich wenden, die „keine besondere Veranlagung zur Mathematik haben, deren Interesse oder Fähigkeiten aber auf ein Fach oder einen Beruf gerichtet sind, worin sie die Mathematik nicht entbehren können, die Mathematik also lediglich der Anwendung wegen studieren". Nun stelle man sich einen derartigen Leser vor, der etwa in der Absicht, Differentialrechnung zu lernen (beileibe nicht zu begreifen — er will sie ja „lediglich" anwenden!), als einschlägige „einleitende Betrachtungen" auf Darlegungen folgenden Musters stößt:

„Ausdrücke wie $\frac{1}{\infty} = 0, \ldots$ gehören zu den Paradoxien der Unendlichkeit, wofür es schlechter-

dings keine bessere Erklärung gibt als etwa diese: Wäre einer der Ausdrücke nicht gleich Null, sondern hätte einen noch so geringen Zahlenwert, so käme man zu dem absurden Resultat, daß sich ein Zahlenwert für ∞ daraus berechnen ließe. Nun kann man aber unter dem Unendlichkleinen nicht die Null (das absolute Nichts) verstehen, sondern im äußersten Falle Winzigkeiten, die sich nicht mehr in Zahlen ausdrücken lassen, und umgekehrt spricht man dann von einem uneigentlich Unendlichgroßen, von Größen, die sich nicht mehr in Zahlen ausdrücken lassen. In dieser Auffassung sagen die obigen Ausdrücke, daß Null die feste Grenze ist für das Unendlichkleine, ∞ eine uneigentliche Grenze für das Unendlichgroße, und daß Unendlichkleines mit Unendlichgroßem multipliziert zu endlichen Größen führt."

Der Glaube, für „Mathematik nicht besonders veranlagt" zu sein, würde dem betreffenden Leser angesichts solcher Kostproben hoffentlich zur festen Überzeugung werden, und so sind alle unter jenen, die es angehen soll, glücklich zu preisen, denen dieses „Lehrbuch" nie vor Augen kommt!

Harry Schmidt

Grimsehl-Tomaschek, Lehrbuch der Physik. Bd. III, 10. Aufl. Gr.-8⁰. VIII und 458 S. Mit 339 Abbildungen. Leipzig und Berlin 1942. B. G. Teubner. Geb. RM. 13,60.

Bei der raschen Auflagenfolge (1939 erschien die 9. Auflage, vgl. diese Zeitschrift **41**, 87, 1940) sind keine erheblichen Änderungen eingetreten und waren auch nicht zu erwarten. Nur in der Atomphysik und Höhenstrahlung sind die inzwischen sichergestellten Forschungsergebnisse eingefügt.

W. Möbius

Pascual Jordan, Die Physik und das Geheimnis des organischen Lebens. 183 S. Mit 2 Fig. Braunschweig 1941. Vieweg und Sohn. RM 7,—, geb. RM 8,50.

Das Buch enthält eine populäre Darstellung der allgemeinen Grundlagen einiger Gebiete der modernen Physik und der modernen Biologie sowie deren Berührungspunkte in der biophysikalischen Analyse von einigen elementaren biologischen Strukturen und Vorgängen (vor allem aus den Gebieten der Mutationsforschung und des Genproblems in der Genetik, der Virus- und Phagenforschung und der Serologie und Immunitätsforschung). Es ist in vier Hauptteile eingeteilt: Die neue Physik (bestehend aus zwei Kapiteln: „Das Jahrhundert der Atome" und „Die physikalische Unterwelt"), Die neue Biologie (drei Kapitel: „Atomvorgänge im biologischen Geschehen", „Lebende Moleküle" und „Die Quantenbiologie"), Bewußtsein und Wirklichkeit (zwei Kapitel: „Das Einerseits-Anderseits in der modernen Physik" und „Quantenmechanik, Biologie und Psychologie") und Naturwissenschaft und Weltanschauung (drei Kapitel: „Die Naturwissenschaften und das Problem der Freiheit", „Physik und Religion" und „Gibt es eine Krise in der modernen physikalischen Forschung?"). Mehrere Kapitel stellen, meistens unverändert, schon früher gehaltene Vorträge dar; das Buch ist somit eher eine Sammlung von in sich weitgehend abgeschlossenen Aufsätzen, aber trotzdem auch im Gesamtaufbau einheitlich und abgerundet. Die Darstellung ist klar und für Nichtspezialisten durchaus verständlich, ohne in eine Vulgarisation des behandelten Stoffes abzugleiten. Nicht überzeugend sind lediglich einige von den „weltanschaulichen" Äußerungen, die in einer allzu losen und nur ganz oberflächlichen Beziehung zum sonstigen Inhalt stehen. Dieses von einem der ersten aktiven Forscher auf dem neuen biologisch-physikalischen Zwischengebiet geschriebene Buch wird sowohl von den an biophysikalischen Problemen mitarbeitenden Physikern, Chemikern und Biologen als auch von Studenten und allen für diese neuen Probleme sich interessierenden Kreisen mit großem Interesse gelesen werden.

N. W. Timoféeff-Ressovsky (Berlin-Buch)

Nachrichten

Dozenturen: An der Universität Heidelberg Dr. Gottfried Eckart für Physik, an der Universität Berlin Dr. Gerhard Fanselau für Geophysik und Dr. Ernst Gotthardt für Photogrammetrie und Geodäsie, an der Technischen Hochschule Wien Dr. Walter Wunderlich für darstellende Geometrie, an der Technischen Hochschule München (bisher Universität Leipzig) Dr. Hans Erbring für wissenschaftliche und technische Kolloidchemie, an der Universität Hamburg Dr. Kurt Heyns für Chemie, an der Universität Heidelberg Dr. Willy Lautsch für organische Chemie.

Ernannt: Der Dozent für anorganische und analytische Chemie an der Technischen Hochschule Berlin Dr. Karl Friedrich Jahr zum außerplanmäßigen Professor daselbst, der Dozent für anorganische und analytische Chemie an der Universität Heidelberg Dr. Robert Juza zum ao. Professor ebenda, der ao. Professor an der Universität Straßburg Dr. Ferdinand Schlemmer zum o. Professor für pharmazeutische Chemie ebenda, Oberpostrat Dipl.-Ing. Hans Stahl in Dortmund zum o. Professor für Fernmeldetechnik an der Technischen Hochschule Hannover, der Dozent für pharmazeutische Chemie an der Universität Wien Dr. Franz Vieböck zum außerplanmäßigen Professor daselbst, der Dozent Dr. Rudolf Grewe in Straßburg zum ao. Professor für organische Chemie daselbst der Dozent für physikalische Chemie an der Universität Frankfurt a. M. Dr. Peter Wulff zum außerplanmäßigen Professor daselbst, der Dozent für Mathematik an der Technischen Hochschule Berlin Dr. Wilhelm Magnus zum außerplanmäßigen Professor daselbst, der Dozent für Astronomie an der Reichsuniversität Graz Dr. Oskar Mathias zum außerplanmäßigen Professor ebenda.

Vom Lehramt zurück: Der o. Professor für Chemie an der Universität Marburg Dr. Wilhelm Strecker, der o. Professor für Chemie an der Universität Graz Dr. Anton Skrabal.

Gestorben: Der Dozent für Mathematik an der Universität Rostock Dr. Walter Landherr, der frühere Abteilungsleiter vom Pharmazeutischen Institut der Technischen Hochschule Braunschweig und Herausgeber des Journals für praktische Chemie Prof. Dr. Karl Julius Tröger, der frühere o. Professor der Chemie an der Universität München Geheimer Rat Dr. Richard Willstätter.

Verantwortlicher Schriftleiter: i. V. Dr. Ludwig Bewilogua, Berlin. — Für den Anzeigenteil verantwortlich: A. Plohmann, Leipzig. — Verlag S. Hirzel, Leipzig C 1, Königstr. 2. — Druck: Bibliographisches Institut AG., Leipzig. — Zur Zeit gilt Anzeigenpreisliste 3. — Printed in Germany